

CONSIDERAÇÕES SOBRE A IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA INTEGRADO PARA ENSAIOS PSEUDO-DINÂMICOS DE ESTRUTURAS

Almeida¹, RF; Caraslindas², HP; Carneiro-Barros², R

¹ Deptº Engª Civil, Instituto Politécnico de Bragança-IPB, Bragança

² Deptº Engª Civil, FEUP, R Roberto Frias, Porto, Email: rcb@fe.up.pt



RESUMO

O desenvolvimento de técnicas experimentais de ensaio constitui um dos meios mais fiáveis para avaliar o comportamento e desempenho estrutural de infraestruturas solicitadas por acções dinâmicas, nomeadamente sísmicas. O método de ensaios pseudo-dinâmicos (PSD) permite testar estruturas de grandes dimensões, que constituem modelos de grande escala de estruturas de engenharia civil. Neste artigo aborda-se o desenvolvimento de um sistema possível para a realização de ensaios PSD sobre estruturas, com a dupla virtuosidade de também poderem constituir uma bancada de exemplificação para ensaios de natureza pedagógica, assim motivando novas gerações para esta potente ferramenta.

1. INTRODUÇÃO

O desempenho e a capacidade de resistência sísmica de estruturas raramente pode ser observada directamente. Isto deve-se ao carácter altamente aleatório do sinal sísmico tanto no espaço como no tempo. Para além disso a resposta sísmica de estruturas é dificilmente monitorável em permanência e a previsão do comportamento estrutural depende largamente do modelo de análise utilizado. Assim só as consequências de um sismo podem ser sistematicamente estudadas.

Como é muito complicado avaliar o comportamento de uma determinada estrutura durante a acção sísmica vários modelos e técnicas têm sido desenvolvidos: técnicas computacionais através de análises por elementos finitos de

modelos lineares e não-lineares; técnicas experimentais de diferentes graus de complexidade. Apesar de um grande avanço nos métodos computacionais nos últimos anos, continuam a existir grandes dificuldades de modelação do comportamento não-linear da deformação bem como da dissipação de energia ao nível de cada elemento estrutural.

Em relação à análise experimental os ensaios de modelos estruturais de grandes dimensões são limitados quer pela capacidade das mesas sísmicas disponíveis, pelo tamanho da plataforma e pela potência do sistema hidráulico actuador, quer pelas disponibilidades económicas para financiar esses ensaios.

Desenvolvidos inicialmente no Japão os ensaios PSD constituem um método

híbrido de experimentação que combina simulação computacional dos aspectos dinâmicos da estrutura em análise, com informação experimental sobre a estrutura obtida de modo quase-estático, de modo a permitir respostas dinâmicas realistas mesmo para a fase de comportamento não linear de estruturas já danificadas.

Assim o princípio fundamental do método de ensaios PSD consiste em separar as componentes da equação de movimento da estrutura em parcelas computacional e experimental. Desta forma os termos lineares e bem definidos são caracterizados computacionalmente, enquanto que os termos não lineares e imprevisíveis são obtidos directamente do modelo experimental. As alterações no comportamento estrutural durante o ensaio, devido ao dano, são automaticamente contabilizadas nas parcelas experimentais. A resposta final da estrutura é obtida através da integração numérica da equação de movimento por um processo incremental no tempo.

2. DESCRIÇÃO GERAL DE UM ENSAIO PSD

O princípio de um ensaio PSD assenta no facto de as forças de inércia que actuam numa estrutura durante uma acção sísmica poderem ser correctamente determinadas numericamente uma vez que são função linear da massa e da aceleração. As forças de restituição (ou de equilíbrio) que se geram numa estrutura sujeita a grandes oscilações, como por exemplo durante um sismo, são pelo contrário ainda demasiado complexas para serem contabilizadas em modelos unicamente numéricos. Assim, estas forças devem ser determinadas experimentalmente.

Para realizar um ensaio PSD numa estrutura, o sistema dinâmico deve ser representado como um número finito de molas, massas e amortecedores. A equação de equilíbrio de um corpo exposto a forças de inércia, de amortecimento e forças não-lineares de restituição (ou de equilíbrio), pode ser escrita da seguinte forma:

$$M a + C v + r(x) = f \quad (1)$$

onde M e C são as matrizes de massa e de amortecimento e a , v , r , x e f correspondem à aceleração, velocidade, forças de restituição, deslocamento e forças aplicadas, respectivamente.

A resposta da estrutura é obtida através de uma discretização da variável tempo e calculando os deslocamentos através de incrementos sucessivos. A solução numérica da equação de movimento através de incrementos temporais, permite obter os deslocamentos correspondentes no princípio ou no final de cada incremento, baseados na aceleração, na velocidade, nas forças actuantes e nas forças de restituição (ou de equilíbrio). Os deslocamentos assim calculados são sucessivamente aplicados no modelo estrutural através de um ou mais macacos hidráulicos, associados a diferentes graus de liberdade, controlados por um computador. Obtida a deformada da estrutura, são determinadas as forças de restituição que irão ser utilizadas no cálculo do incremento seguinte.

Esquemáticamente um ensaio PSD pode ser descrito como um sistema de controle em ciclo dual representado na Figura 1.

O ciclo exterior representa o computador e o hardware associado que, através da resolução da equação de movimento, permite determinar a resposta do modelo a ensaiar à acção inicialmente aplicada.

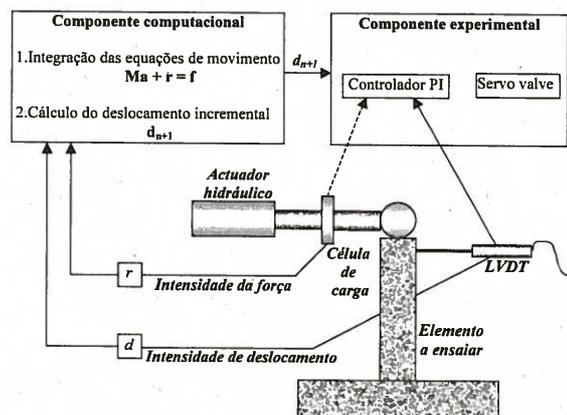


Fig.1 – Sistema de controle em ciclo dual

O ciclo interior representa o sistema hidráulico de controle responsável pela aplicação dos deslocamentos determinados em cada incremento temporal.

Apesar de um ensaio PSD ser em teoria efectuado de forma incremental também pode ser realizado de um modo quase contínuo.

Os ensaios PSD tradicionais têm associado um 'tempo de espera' de aproximadamente 1 segundo, após a aplicação de um determinado deslocamento, para permitir a medição das forças correspondentes. Este 'tempo de espera' que permite a relaxação da força pode alterar a resposta falseando parcialmente os resultados.

A implementação experimental de ensaios PSD envolve diversos procedimentos: comunicação entre hardware, controle, integração numérica por procedimentos de incrementos temporais e rotinas de execução. Em termos de instrumentação electrónica é necessária a utilização de pelo menos uma célula de carga e um LVDT (*Linear Voltage Displacement Transducer*, para a leitura dos deslocamentos) por cada grau de liberdade.

2.1 Vantagens do Ensaio PSD

Ao contrário de outras técnicas experimentais os ensaios PSD permitem considerar a degradação da rigidez que ocorre numa estrutura (modelo) durante uma dada excitação sísmica. Esta é uma das principais vantagens deste tipo de ensaios.

Os ensaios dinâmicos mais vulgares entre a comunidade técnico-científica são os realizados em mesa sísmica. Estes são possivelmente os ensaios que melhor caracterizam o comportamento não linear de um modelo estrutural que tanto pode ser construído à escala real ou reduzida. No entanto, grande parte das mesas sísmicas, apresentam limitações em relação ao modelo a ensaiar, nomeadamente em termos de dimensões, de peso ou de

rigidez, obrigando a que os ensaios tenham de ser realizados em escalas reduzidas.

Nos ensaios PSD, como as forças de inércia são calculadas e não medidas, não há necessidade do ensaio ser efectuado em 'tempo real'; nem é necessário deslocar todo o edifício, apenas as deformações da estrutura são importantes. Desta forma, a carga e energia necessárias para o ensaio são significativamente inferiores a um ensaio equivalente efectuado em mesa sísmica, reduzindo o custo do sistema hidráulico.

2.2 Limitações do Ensaio PSD

As principais limitações de um ensaio PSD relacionam-se com os seguintes aspectos: discretização espaço-temporal; número de graus de liberdade; efeito da taxa de deformação (*strain rate effects*); erros experimentais.

2.2.1 Discretização espaço-temporal

O ensaio PSD não pode ser efectuado directamente num modelo estrutural contínuo uma vez que apenas podem ser controlados graus de liberdade específicos, isto é, nos pontos onde o actuador hidráulico é aplicado. O método baseia-se na representação da estrutura espacial por um sistema de massas e rigidez discretizadas.

A discretização temporal está relacionada com a forma como os incrementos temporais são aplicados no modelo durante o ensaio. Desta forma não é possível obter a resposta exacta de uma estrutura altamente não-linear sujeita a uma excitação sísmica, uma vez que os algoritmos numéricos disponíveis apenas proporcionam aproximações à mesma.

2.2.2 Número de graus de liberdade

Em sistemas de um grau de liberdade (SDOF) a estabilidade do método de integração utilizado torna-se irrelevante em aplicações práticas, prevalecendo a condição de precisão do método. Contudo, para sistemas estruturais de múltiplos graus de liberdade (MDOF) estabilidade

do método de integração utilizado pode não se verificar.

Nestes sistemas MDOF apenas os primeiros modos de vibração contribuem significativamente para resposta global da estrutura. Assim apenas a precisão destes primeiros modos será determinante, e portanto as condições de estabilidade ganham importância acrescida.

2.2.3 Efeito da taxa de deformação

Com base em resultados de ensaios PSD já efectuados ao longo dos anos por diferentes investigadores pode-se concluir que os modelos ensaiados revelam uma taxa de deformação de magnitude inferior em cerca de 1 a 3 vezes, à monitorada em estruturas reais sujeitas a uma acção sísmica real. Tal facto pode potencialmente afectar as propriedades de rigidez.

2.2.4 Erros experimentais

Ensaio PSD são particularmente sensíveis a erros experimentais, uma vez que o efeito dos mesmos poderá ser agravado durante o ensaio através da sua propagação nas quantidades determinadas nos incrementos temporais. Assim, é fundamental que as potenciais fontes de erros sejam correctamente monitoradas e controladas.

Os erros experimentais podem resultar de várias origens, nomeadamente: deficiente precisão no contróle, simples erros de medição relacionados com frequências de vibração exteriores (ex.: ruído), entre outros.

3. A INTEGRAÇÃO NUMÉRICA NUM ENSAIO PSD

A utilização de procedimentos de integração numérica num ensaio PSD está relacionada com a resolução da equação de movimento. Assim, estes algoritmos de cálculo produzem uma extrapolação do valor das variáveis presentes no equilíbrio dinâmico de uma estrutura: deslocamento, velocidade e aceleração.

Estes algoritmos de integração numérica das equações diferenciais podem ser divididos em dois grupos de métodos: (1) explícitos; (2) implícitos. Nos métodos explícitos o resultado no instante seguinte é obtido directamente dos resultados nos instantes anteriores. Nos métodos implícitos é necessário resolver um conjunto de equações para o instante seguinte.

A natureza explícita ou implícita de um determinado algoritmo afecta a estabilidade do método. Métodos explícitos são apenas condicionalmente estáveis, isto é, existe um limite superior para o incremento temporal utilizado.

A estabilidade incondicional pode ser obtida através de métodos implícitos em sistemas lineares e algumas vezes em sistemas não lineares. Isto significa que o valor do incremento de tempo utilizado não é limitado.

3.1 Métodos Explícitos

Os métodos explícitos de integração numérica foram os primeiros a ser utilizados em ensaios PSD, uma vez que a sua implementação em sistemas não lineares é simples e produz resultado satisfatórios.

Tal como referido anteriormente os métodos explícitos são condicionalmente estáveis resultando numa limitação do valor do incremento de tempo. Este limite é habitualmente definido em função do valor da frequência natural do sistema estrutural - equação (2) - onde ω_n representa a frequência natural mais elevada e Δt_{max} é o valor máximo do incremento.

$$\Delta t_{max} = \frac{2}{\omega_n} \quad (2)$$

Os principais métodos explícitos são: o método das diferenças finitas centrais; e o método explícito de Newmark.

3.1.1 Método das diferenças finitas centrais

O método das diferenças finitas centrais tem sido bastante utilizado em ensaios PSD uma vez que a sua implementação é relativamente simples, por não ser necessária qualquer avaliação da matriz de rigidez nem da forças de restituição (ou de equilíbrio) no final de um determinado incremento temporal. Este método assenta na aproximação do valor da aceleração, que actua no meio de dois incrementos temporais sucessivos, através da equação (3) onde a representa a aceleração, x o deslocamento e Δt a duração do incremento:

$$a_t = \frac{1}{\Delta t^2} (x_{t-\Delta t} - 2x_t + x_{t+\Delta t}) \quad (3)$$

Uma expressão semelhante pode ser escrita para a velocidade - equação (4) - onde v representa a velocidade:

$$v_t = \frac{1}{2\Delta t} (-x_{t-\Delta t} + x_{t+\Delta t}) \quad (4)$$

Substituindo as equações (3) e (4) na equação (1) resulta a equação (5) que permite obter o valor de $x_{t+\Delta t}$:

$$x_{t+\Delta t} = \left[\frac{M}{\Delta t^2} + \frac{C}{2t} \right]^{-1} \left[f_t - r(x_t) - \frac{M}{\Delta t^2} (x_{t-\Delta t} - 2x_t) + \frac{C}{2t} (x_{t-\Delta t}) \right] \quad (5)$$

Esta expressão não contém nenhuma variável no instante $t+\Delta t$, podendo ser resolvida utilizando informação relativa ao instante inicial. No entanto, contém valores referentes a instantes anteriores, $x_{t-\Delta t}$, sendo necessário utilizar um procedimento especial para ultrapassar este facto.

3.1.2 Método explícito de Newmark

Este método resulta do procedimento geral de Newmark para integração numérica através de incrementos temporais.

O método é baseado na expansão em série de Taylor dos vectores de estado que

representam o deslocamento, a velocidade, e a aceleração, no instante $t+\Delta t$ em função do instante t . Este procedimento é caracterizado pelas equações (6) e (7) que correspondem ao valor do deslocamento e da velocidade no instante $t+\Delta t$

$$x_{t+\Delta t} = x_t + \Delta t v_t + \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) a_t + \Delta t^2 \beta a_{t+\Delta t} \quad (6)$$

$$v_{t+\Delta t} = v_t + (1-\gamma)\Delta t a_t + \gamma\Delta t a_{t+\Delta t} \quad (7)$$

em que as constantes γ e β estão relacionadas com a integração numérica. Estas constantes funcionam como factor de ponderação da aceleração no início e no final de um determinado incremento.

Na expressão do deslocamento, o método explícito de Newmark coloca o efeito dos factores de ponderação inteiramente na aceleração no início do incremento, assumindo que aceleração se mantém constante durante o incremento. A expressão do deslocamento, reduz-se à equação (8).

$$x_{t+\Delta t} = x_t + \Delta t v_t + \frac{\Delta t^2}{2} a_t \quad (8)$$

Desta forma, o método torna-se explícito uma vez que só é requerida a aceleração no instante t , que é determinada através da equação (9).

$$a_t = M^{-1} [f_t - r(x_t) - C v_t] \quad (9)$$

Como o método explícito de Newmark não requer nenhum procedimento especial, a sua implementação é bastante mais simples do que o método das diferenças finitas centrais.

Apesar disso ambos os métodos são matematicamente equivalentes e têm propriedades numéricas idênticas.

3.2 Métodos Implícitos

Com o aumento do número de graus de liberdade utilizados em ensaios PSD as limitações dos métodos explícitos assumem um papel preponderante. Mesmo

quando poucos modos de vibração são utilizados os resultados podem ser falseados, uma vez que o efeito dos modos mais elevados de vibração é desprezado. Os métodos implícitos mais utilizados são: *método implícito de Newmark*; e o *método do Operador- α* .

3.2.1 Método implícito de Newmark

O método implícito mais utilizado é o método implícito de Newmark com valores de γ e β tais que garantam a estabilidade incondicional. Considerando a equação (1) resolvida em função da aceleração para o instante $t+\Delta t$ em conjunto com as equações (6) e (7) obtêm-se as equações (10), (11) e (12) que sintetizam o método.

$$x_{t+\Delta t} = x_t + \Delta t v_t + \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) a_t + \Delta t^2 \beta a_{t+\Delta t} \quad (10)$$

$$v_{t+\Delta t} = v_t + (1-\gamma)\Delta t a_t + \gamma \Delta t a_{t+\Delta t} \quad (11)$$

$$a_{t+\Delta t} = M^{-1} [f_{t+\Delta t} - r(x_{t+\Delta t}) - C v_{t+\Delta t}] \quad (12)$$

A estabilidade é garantida quando:

$$\gamma \geq \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \beta \geq \frac{1}{4} \left(\gamma + \frac{1}{2} \right)^2 \quad (13)$$

O método é habitualmente utilizado considerando a aceleração média constante, o que é obtido atribuindo a γ o valor 0.5 e a β o valor 0.25.

A implementação do método é conseguida através da substituição das expressões de $x_{t+\Delta t}$ e de $v_{t+\Delta t}$ na expressão de $a_{t+\Delta t}$ da equações (12).

3.2.2 Método do Operador- α

O método do Operador- α é baseado na utilização de um procedimento do tipo previsão-correcção ou previsor-corrector (predictor-corrector α -Operator splitting method).

O procedimento requer a definição das forças de restituição (ou de equilíbrio)

através de uma dupla contribuição: parte pela expressão explícita existente, e parte por uma força criada a partir de uma função da rigidez assumida e do corrector implícito do deslocamento.

A rigidez assumida é habitualmente o valor da rigidez inicial da estrutura, uma vez que uma medida exacta da rigidez tangente é difícil de obter. As equações fundamentais deste método são:

$$\tilde{x}_{t+\Delta t} = x_t + \Delta t v_t + \frac{\Delta t^2}{2} (1-2\beta) a_t \quad (14)$$

$$\tilde{v}_{t+\Delta t} = v_t + (1-\gamma)\Delta t a_t \quad (15)$$

em que \tilde{x} e \tilde{v} formam o incremento explícito, e γ e β são agora definidos por

$$\gamma = \frac{(1-2\alpha)}{2} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{(1-\alpha)^2}{4} \quad (16)$$

O valor de α varia entre -1/3 e 0. Os incrementos de correcção são obtidos através das equações (17) e (18), correspondentes às expressões implícitas do deslocamento e da velocidade.

$$x_{t+\Delta t} = \tilde{x}_t + \Delta t^2 \beta a_{t+\Delta t} \quad (17)$$

$$v_{t+\Delta t} = \tilde{v}_t + \Delta t \gamma a_{t+\Delta t} \quad (18)$$

Para o método ser utilizado em ensaios PSD a expressão de $x_{t+\Delta t}$ tem de ser determinada no início de incremento temporal. O método do Operador- α é reconhecido como sendo versátil e efectivo, sendo bastante utilizado em diversos laboratórios de reconhecido prestígio (*ELSA*, por ex^o).

4. IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA EXPERIMENTAL DE ENSAIOS PSD

Os ensaios PSD são uma técnica experimental/computacional para a determinação da resposta dinâmica de uma estrutura sujeita a uma excitação sísmica.

O método baseia-se na equação de movimento (1), resolvida de forma incremental utilizando métodos de integração numérica adequados baseados em medições experimentais e em procedimentos computacionais. Este processo é esquematizado no fluxograma da Figura 2.

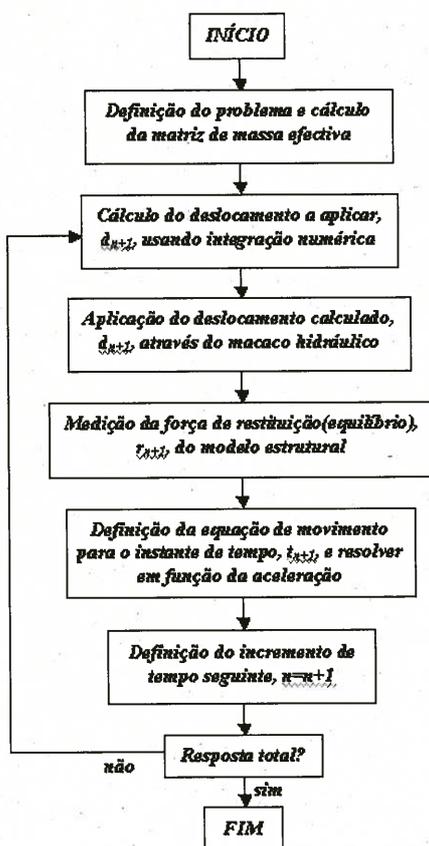


Fig. 2 – Fluxograma de implementação de ensaios Pseudo-Dinâmicos

A implementação experimental de um sistema de ensaios PSD requer a utilização de um aparelho de ensaios capaz de aplicar deslocamentos num determinado ponto do modelo estrutural com a magnitude determinada pela resolução do algoritmo computacional.

Desta forma, um equipamento experimental de ensaios PSD terá duas componentes, nomeadamente: *componente computacional* (desenvolvimento de programa de cálculo para a resolução numérica da equação de equilíbrio); *componente mecânica* (dimensionamento e fabrico de todos os elementos necessários à construção da máquina de ensaios).

4.1 Componente Computacional

O objectivo principal do dispositivo de contróle computacional é gerar a informação necessária ao correcto funcionamento do actuador hidráulico, isto é especificar o valor do deslocamento que deve ser imposto em determinado ponto da estrutura a ensaiar.

O controlador computacional no ensaio PSD é essencialmente um dispositivo que garante que o deslocamento obtido através da integração numérica incremental é correctamente imposto no modelo estrutural via actuador hidráulico.

O segundo objectivo do controlador é garantir a medição correcta das forças de restituição (ou de equilíbrio) associadas ao deslocamento imposto em cada incremento, de forma a garantir a continuidade temporal na integração numérica da equação de movimento.

4.2 Componente Mecânica

A componente mecânica de um sistema de ensaios PSD é composta por um actuador ligado a uma parede de reacção (elemento estrutural de rigidez elevada) que é accionado através de um sistema hidráulico, tal como ilustra a Figura 3.

O principal função da parede de reacção é garantir uma contra-reacção eficaz às forças geradas pelo actuador, por forma a que as mesmas sejam transmitidas à laje de fundo, que por sua vez também terá de ser um elemento de elevada rigidez onde não se verifique qualquer deformação significativa.

O posicionamento do actuador na parede de reacção não deverá ser definitivo, isto é deve ser garantida a mobilidade do actuador na parede de reacção para que diferentes arranjos possam ser aplicados num mesmo modelo ou em modelos diferentes.

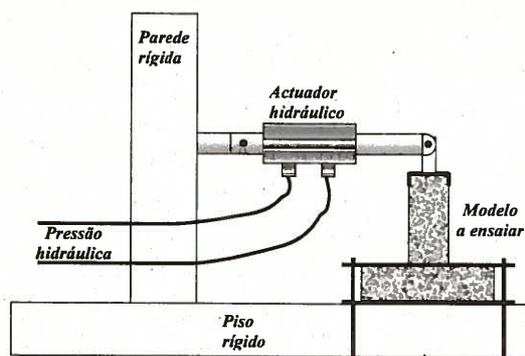


Fig. 3 – Componente mecânica tipo (ou de referência) de ensaios PSD

5. CONCLUSÕES

Neste artigo descrevem-se os conceitos gerais de ensaios pseudo-dinâmicos sobre estruturas e esquematiza-se a implementação de um esquema experimental de ensaios. Abordam-se com algum pormenor aspectos computacionais associados à implementação de métodos explícitos e implícitos de integração numérica das equações de movimento de sistemas estruturais sujeitos a este tipo de ensaios.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho poderá ser incluído no conjunto de actividades científico-técnicas do Projecto POCTI de nº provisório 41999/ECM/P/2000 (em re-apreciação) do Programa SAPIENS-Alfa. Agradece-se antecipadamente à *Fundação para a Ciência e a Tecnologia* (FCT) do *Ministério da Ciência e Tecnologia* (MCT) a aprovação potencial e a comparticipação orçamental que poderá ser atribuída no referido Programa.

BIBLIOGRAFIA

- Bairrao R., Barros R.C., Branco F., Kemppinen M., Magonette G., Paulet F., Serino G. (2003). *Implementation of Structural Control*, Group Report on Thematic Area 4 of European Meeting on Intelligent Structures - EMIS 2001, Ischia, Italy. Intelligent Structures: An Overview on the Ongoing European Research, Ed.: A. Baratta and O. Corbi, ISBN 88-833-8023-1, Fridericana Editrice Universitaria, Napoli, Italy, 2003.
- Barros R.C., Corbi I., Guarracino F., Nicoletti M. (2003). *Large Scale Risk Prevention*, Group Report on Thematic Area 5 of European Meeting on Intelligent Structures - EMIS 2001, Ischia, Italy. Intelligent Structures: An Overview on the Ongoing European Research, Ed.: A. Baratta and O. Corbi, ISBN 88-833-8023-1, Fridericana Editrice Universitaria, Napoli, Italy, 2003.
- Bathe K.J. and Wilson E.L. (1976). *Numerical methods in finite elements analyses*, Prentice Hall Inc., New Jersey, USA.
- Chopra K.C. (1995). *Dynamics of structures-Theory and applications to earthquake engineering*, Prentice Hall Inc., New Jersey, USA.
- Kaminosono T. et al. (1984). *U.S.-Japan co-operative research on R/C full scale building test: SDOF Pseudo-Dynamic Test*, Proceedings of the 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, Vol. 6, pp. 595-601, Prentice-Hall Inc., New Jersey, USA.
- Mahin S.A. and Shing P.B. (1985). *Pseudodynamic method for seismic testing*, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 111, pp. 1482-1503, NY, USA.
- Pegon P. and Pinto A.V. (2000). *Pseudo-dynamic testing with substructuring at the ELSA laboratory*, Journal Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 29, pp. 905-925, Wiley InterScience, New York, USA.
- Pinto A.V., Arêde A., Guedes J.P.M. (1994). *O Método Pseudo-Dinâmico e suas Aplicações no Laboratório ELSA. PARTE I - Métodos de Integração e Sub-estruturação*, Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, Vol. nº 38, pp. 31-39, LNEC, Lisboa.

- Pinto A.V., Arêde A., Guedes J.P.M. (1995). *O Método Pseudo-Dinâmico e suas Aplicações no Laboratório ELSA. PARTE II - Características e Aplicações*, Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, Vol. nº 39, pp. 9-13, LNEC, Lisboa.
- Pinto A.V. (1996). *PseudoDynamic and Shaking Table Tests on R.C. Bridges*, Report nº 5, Projecto ECOEST (European Consortium of Earthquake Shaking Tables) PREC8 (Prenormative Research in Support of Eurocode 8) subsidiado pela Comissão Europeia sob o Programa Human Capital and Mobility, Brussels.
- Ravara A., Duarte R.T., Carvalho E.C. (1984). *Methodology for the Dynamic Analysis of Building Structures*, Proceedings of the 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, Vol. 1, pp. 829-836, Prentice-Hall Inc., New Jersey, USA.
- Thewalt C.R. and S.A. Mahin (1987). *Hybrid Solution Techniques for Generalized Pseudodynamic Testing*, UCB/EERC Report nº 87/09, Earthquake Engineering Research Centre, University of California, Berkeley, USA.
- Vannan M.T. (1991). *The pseudodynamic test method with substructuring applications*, PhD thesis, University of Colorado, Boulder, USA.

