

DETERMINAÇÃO DO FACTOR CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM PLACAS UTILIZANDO A EXTENSOMETRIA COM COMPARAÇÃO NUMÉRICA

Fonseca, E.M.M.¹; Mesquita, L.R.²; Caleiro, C.³; Lopes, H.⁴; Vaz, M.A.P.⁵

Prof. Adjunta¹, Assistente^{2,4}, Técnica LFAC³, Prof. Associado⁵
^{1,2,3,4}Escola Superior de Tecnologia e de Gestão de Bragança do IPB
⁵Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial da FEUP



RESUMO

É apresentada uma metodologia experimental para determinação do factor concentração de tensões, com base na técnica de extensometria, em placas com furos circulares. Pretende-se efectuar a comparação dos resultados experimentais com resultados numéricos obtidos em códigos comerciais: ANSYS e COSMOS/M. É ainda apresentada a mesma solução usando um programa de elementos finitos desenvolvido FEMSEF.

1 - INTRODUÇÃO

A extensometria é uma técnica experimental que permite estudar as deformações num material, em função da variação de uma resistência eléctrica, colada sobre a superfície do material. A análise das deformações numa estrutura, permite-nos determinar o tipo de esforços a que esta está submetida. Mediante uma instrumentação adequada pode-se medir a variação da resistência do extensómetro quando submetido a uma determinada carga e, em função do seu factor de calibração, obter-se a deformação que essa carga origina sobre o material.

Pretende-se assim determinar o factor concentração de tensões em placas com furos circulares utilizando esta metodologia. Finalmente, comparam-se os resultados experimentais com os obtidos numericamente utilizando os programas COSMOS/M e ANSYS. Utiliza-se ainda um programa de elementos finitos desenvolvido, FEMSEF, que permite confirmar a mesma solução numérica.

2 - EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

Um estado de deformação pode ser caracterizado pelas seis componentes do vector deformação associadas às três direcções no espaço. Estas componentes são definidas de acordo com o campo de deslocamentos (u, v, w):

$$\begin{aligned}\epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \gamma_{zx} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\end{aligned}\tag{1}$$

O cálculo da concentração de tensões é efectuado em função:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma} \quad (2)$$

em que: σ_{max} - representa a tensão máxima medida no furo e σ - a tensão normal.

Para o caso em estudo, utilizaram-se dois métodos que nos permitem calcular este valor, usando a técnica de extensometria e o método dos elementos finitos.

Para o caso da extensometria o cálculo da tensão máxima é função do sinal medido por variação da resistência eléctrica colada à superfície do furo, em que usando a lei de Hooke, se pode obter:

$$\sigma_{max} = E \times \varepsilon = E \times \left(4 \times \frac{l}{G} \times \frac{V}{E} \times 10^{-3} \right) \quad (3)$$

sendo: G - o factor de calibração do extensómetro, V/E - o valor medido e E - o módulo de elasticidade do material.

Heywood, 1952, desenvolveu uma fórmula empírica para cálculo de K_t para várias dimensões de provetes conforme a equação (4). Esta fórmula apresenta bons resultados com a representação gráfica para K_t de Howland, 1952, para valores da relação d/D inferiores a 0.3, conforme referência bibliográfica de R.E. Peterson.

$$K_t = \frac{2 + \left(1 - \frac{d}{D} \right)^3}{1 - \frac{d}{D}} \quad (4)$$

D - representa a largura da placa e d - o diâmetro do furo.

No caso dos resultados apresentados por elementos finitos, a elaboração do programa obedece à formulação do equilíbrio de forças em problemas de elasticidade fazendo-se uso do princípio dos trabalhos virtuais:

$$\int_{\Omega} [\delta \varepsilon]^T \sigma d\Omega - \int_{\Omega} [\delta u]^T b d\Omega - \int_{\Gamma} [\delta u]^T t d\Gamma = 0 \quad (5)$$

sendo: σ - o vector de tensão; b - o vector de forças de massa; t - o vector de forças na fronteira; δu - o vector dos deslocamentos virtuais; $\delta \varepsilon$ - é o vector associado às

deformações virtuais; Ω - o domínio em questão e Γ - o domínio prescrito, respeitante aos deslocamentos de fronteira.

A relação tensão-deformação para cada elemento e , é dada pela expressão:

$$\sigma^e = D^e \varepsilon^e = D^e \left(\sum_{j=1}^r B_j^e d_j^e \right) \quad (6)$$

No caso da utilização de elementos planos a matriz de elasticidade D é representada por:

$$D = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

sendo ν o coeficiente de Poisson.

A matriz de deformação B , também para problemas bidimensionais, é representada pelas derivadas das funções de forma, através de:

$$B = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial N_j}{\partial x} \right)^{(e)} & 0 \\ 0 & \left(\frac{\partial N_j}{\partial y} \right)^{(e)} \\ \left(\frac{\partial N_j}{\partial y} \right)^{(e)} & \left(\frac{\partial N_j}{\partial x} \right)^{(e)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

No caso da formulação sólida as equações seguintes representam a matriz D e B , respectivamente:

$$D = A \begin{bmatrix} 1 & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

com:

$$A = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$B_i^{(e)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right)^{(e)} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\partial N_i}{\partial y}\right)^{(e)} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\partial N_i}{\partial z}\right)^{(e)} \\ \left(\frac{\partial N_i}{\partial y}\right)^{(e)} & \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right)^{(e)} & 0 \\ \left(\frac{\partial N_i}{\partial z}\right)^{(e)} & 0 & \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right)^{(e)} \\ 0 & \left(\frac{\partial N_i}{\partial z}\right)^{(e)} & \left(\frac{\partial N_i}{\partial y}\right)^{(e)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

São utilizados elementos isoparamétricos bidimensionais de 8 nós e elementos sólidos de 20 nós. Faz-se a integração no domínio usando uma regra de Gauss. Para obtenção do campo de tensões nodais desenvolveu-se um algoritmo de extrapolação das tensões obtidas nos pontos de Gauss para os nós dos elementos. O resultado das tensões pode ser verificado através da utilização de um programa de pós-processamento desenvolvido.

3 - APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE EXTENSOMETRIA

As placas a ensaiar são de aço, tabela 1 e têm a geometria apresentada conforme figura 1 e tabela 2.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas.

Propriedades do material	
Módulo de elasticidade	E = 210GPa
Tensão de cedência	$\sigma_y = 311\text{MPa}$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0.3$

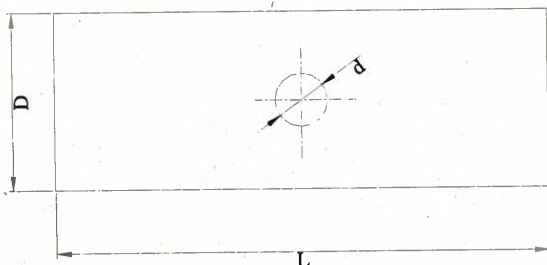


Fig. 1 – Placa com furo.

Tabela 2 – Geometria das placas.

Geometria					
Comprimento	L = 140 [mm]				
Largura	D = 50 [mm]				
Espessura	t = 8 [mm]				
Diâmetro d [mm]	15	18	20	22.5	25
Relação d/D	0.3	0.36	0.4	0.45	0.5

Nos testes experimentais utilizou-se uma força de 25KN, valor este que origina tensões inferiores à tensão limite elástica.

Para a colocação do extensómetro à superfície do provete, utilizaram-se todos os materiais disponíveis para esse efeito, desde a conexão do extensómetro bem como o material para limpeza e protecção do local de medida, figura 2.



Fig. 2 - Material para preparação e colagem do extensómetro.

A figura 3 pretende demonstrar zonas iniciais que serviram de teste para a colocação dos extensómetros. Na zona assinalada como A, pretendeu-se verificar a máxima deformação instalada concluindo-se que era inferior à obtida no caso do extensómetro colado dentro do furo, conforme a figura 5. O extensómetro colado na zona B serviu para obter a leitura da deformação e cálculo directo da tensão normal. Dada a localização próxima do furo, o nível de tensão aí instalado, era inferior ao valor de cálculo da tensão normal. O extensómetro deveria ser colado numa direcção mais próxima do sistema de amarração. Resolveu-se assim instalar unicamente um extensómetro na direcção axial dentro do furo para medição da deformação máxima.

A figura 4 representa os cinco provetes preparados para o ensaio de tracção. Todos os extensómetros utilizados foram colados no interior do furo, figura 5.

Para a execução do ensaio à tracção, fixou-se o provete na máquina de ensaios universal disponível no LERM (Laboratório de Estruturas e Resistência dos

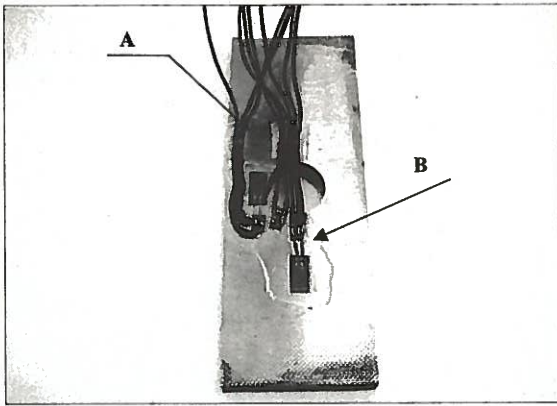


Fig. 3 - Instrumentação inicial.

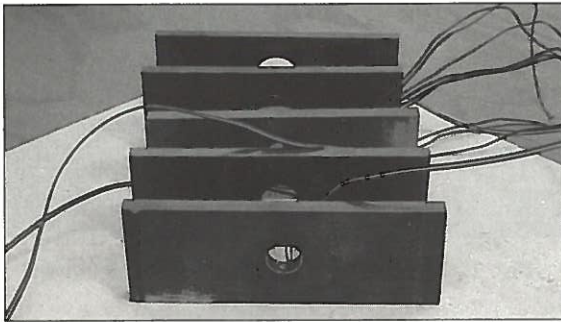


Fig. 4 - Placas com furos instrumentados.

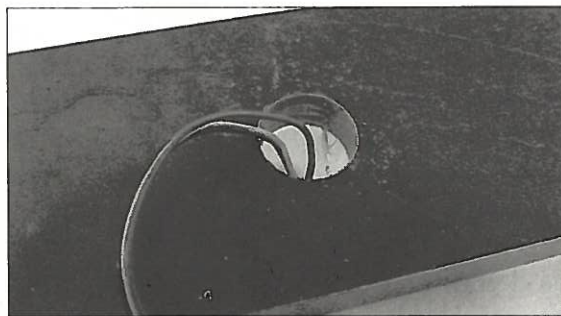


Fig. 5 - Pormenor da colocação do extensómetro.

dos Materiais da ESTIG), figura 6. A largura dos provetes foi imposta tendo em consideração a largura do sistema de maxilas. Definiu-se uma carga máxima de 25 KN, após a qual se deixa estabilizar o sistema de aquisição de dados para leitura do valor de deformação.

Para a medição da variação da resistência do extensómetro, este é incorporado numa ponte de medida. A variação da resistência do extensómetro será obtida como uma variação da tensão nos terminais dessa ponte.

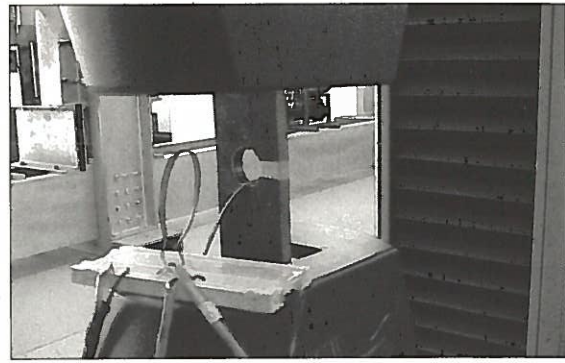


Fig. 6 - Colocação do provete na máquina para aplicação do ensaio de tracção numa das amostras.

Para a aquisição e condicionamento de dados utilizou-se o sistema Spider8, disponível no LERM, como se pode observar na figura 7. Este sistema está ligado por um PC que utiliza um *software* que permite a leitura da medição efectuada através de parâmetros de controlo de processo.

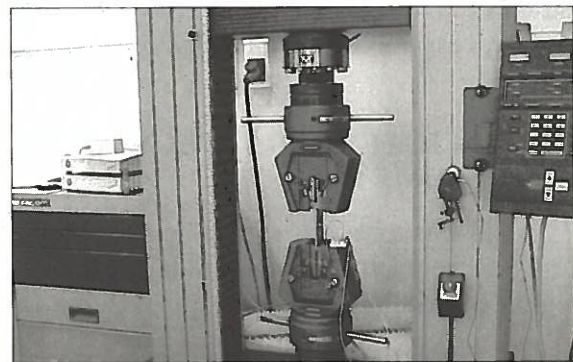


Fig. 7 - Máquina de ensaios universal e sistema Spider8.

4 - ESTUDO NUMÉRICO

Pretende-se validar os mesmos resultados numericamente utilizando códigos de elementos finitos disponíveis. Foram simuladas todas as placas referidas anteriormente, para as mesmas condições, sendo discretizadas com elementos finitos planos e sólidos.

As figuras 8 e 9 mostram os resultados obtidos para o caso da placa de aço com diâmetro de 15[mm], usando o programa COSMOS/M e ANSYS, respectivamente.

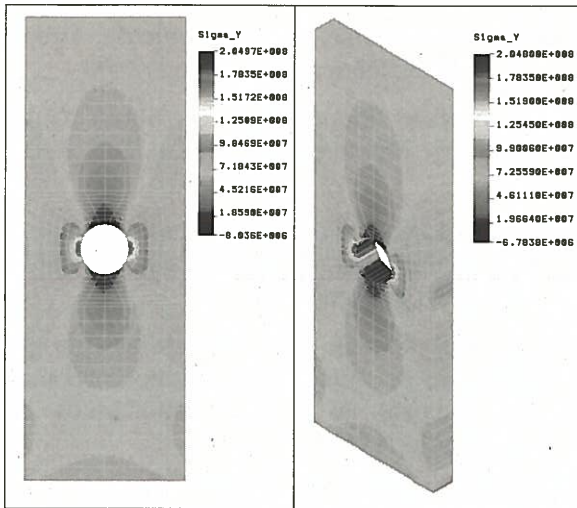


Fig. 8 – Tensão axial obtida no COSMOS/M, utilizando elementos de 8 e 20 nós, [N/m²].

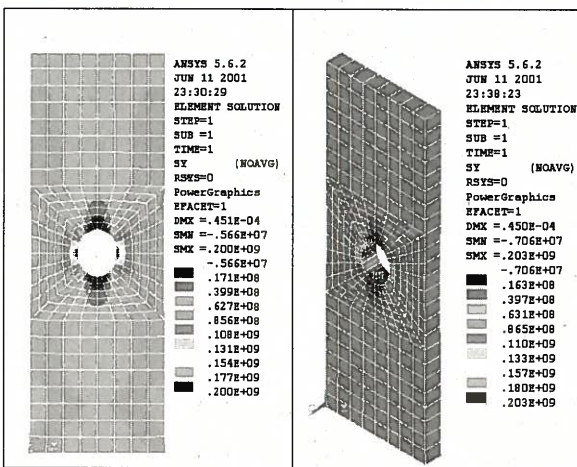


Fig. 9 – Tensão axial obtida no ANSYS, utilizando elementos de 8 e 20 nós, [N/m²].

Os mesmos resultados, para as mesmas condições, foram obtidos num programa desenvolvido FEMSEF, utilizando-se aqui unicamente a discretização de um quarto da placa dadas as suas condições de simetria.

A tensão é máxima junto ao furo, conforme se verifica nas análises efectuadas às várias placas através de resultados obtidos com o programa FEMSEF, figura 11.

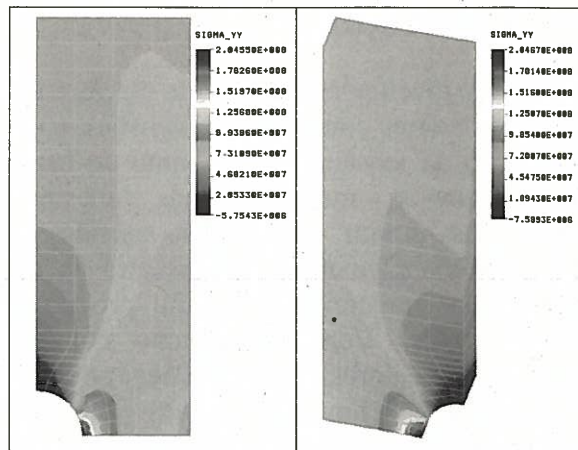


Fig. 10 – Tensão axial obtida no FEMSEF, utilizando elementos de 8 e 20 nós, [N/m²].

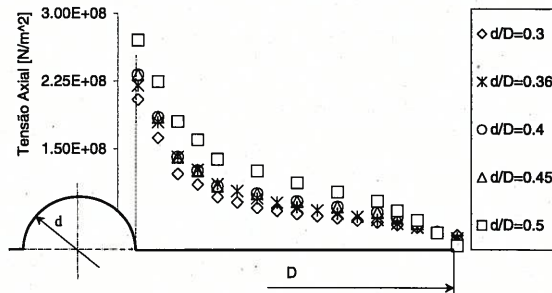


Fig. 11 – Evolução da tensão axial, para as várias placas em análise, resultados FEMSEF.

A tabela 3 e figura 12 evidenciam todos os resultados obtidos, para as várias placas em análise, comparáveis com as soluções teóricas de Heywood e Howland.

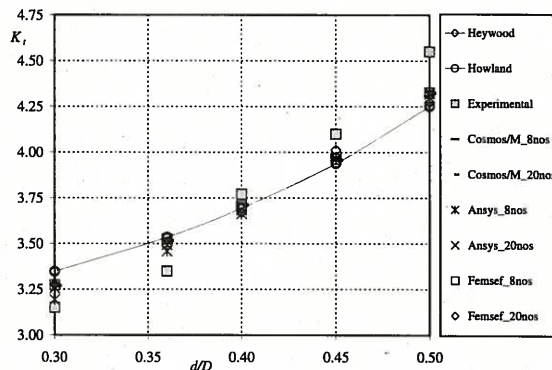


Fig. 12 – Factor concentração de tensões: comparação de resultados.

Tabela 3 – Resultados obtidos para cálculo de K_t .

d/D	Heywood	Howland	Experimental	Cosmos/M 8nos	Cosmos/M 20nos	Ansys 8nos	Ansys 20nos	Femsef 8nos	Femsef 20nos
0.30	3.35	3.36	3.15	3.28	3.28	3.19	3.26	3.27	3.27
0.36	3.53	3.58	3.35	3.53	3.52	3.46	3.49	3.53	3.49
0.40	3.69	3.74	3.77	3.72	3.72	3.66	3.68	3.71	3.67
0.45	3.94	4.02	4.10	3.97	3.97	3.96	3.97	3.96	4.01
0.50	4.25	4.32	4.55	4.33	4.33	4.33	4.52	4.33	4.27

5 - CONCLUSÕES

Foram efectuados ensaios em placas com furos circulares com várias dimensões, para obtenção da tensão máxima junto ao furo. Os mesmos modelos, nas mesmas condições foram analisados usando o método dos elementos finitos, através de programas comerciais e de um programa desenvolvido. Verificou-se uma convergência de valores nas soluções obtidas, comparáveis com as curvas teóricas referenciadas. O presente trabalho serviu ainda para demonstrar a utilização de várias técnicas disponíveis, possíveis de serem utilizadas em conjunto e validarem casos em estudo similares.

REFERÊNCIAS

- Fonseca, E.M.M., Program FEMSEF "Finite Element Modelling for Structures Exposed to Fire" - User's Manual, V2, ESTIG, Bragança, 2001
- Bravo, M.A., Curso de Extensometria, Grupo de Medidas Ibérica, s.l., Madrid, 2000
- MM, Surface Preparation for Strain Gage Bonding, Measurements Group, Inc. USA, 1976
- Mesquita, L.M.R., Técnicas de Experimentação no Âmbito da Extensometria no ITB, ESTIG, Bragança, 1999
- Oñate, E., Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 1995
- Beer, F.P., JR Johnston, E.R., Mechanics of Materials, McGrawHill, 1981
- Peterson, R.E., Stress Concentration Factors, Jonh Wiley & Sons, 1973
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., The Finite Element Method, Vol.1, McGraw-Hill, 1991
- Krishnamoorthy, C.S., Finite Element Analysis, Tata Mc Graw-Hill, 1997
- Stasa, F.L., Applied Finite Element Analysis for Engineers, L.S. Fletcher, Series Editor, 1985