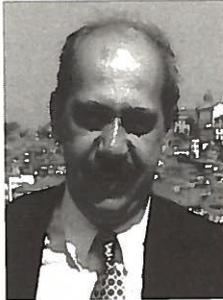


O DESENVOLVIMENTO DE MODELOS REDUZIDOS PARA O ESTUDO EXPERIMENTAL DA FRACTURA EM PEÇAS DE BETÃO ESTRUTURAL

Barros, R.C.

Prof. Agregado, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
Porto 4200-465, email: rcb@fe.up.pt



RESUMO

Analisa-se a possibilidade de realização experimental de ensaios em modelo para análise da fissuração de peças estruturais em betão ensaiadas à tracção, mas também aplicáveis a outros esquemas de esforços. A formulação geral do problema pela análise dimensional e teoria da semelhança permite obter números índices ou grandezas adimensionais que caracterizam universalmente o fenómeno a ensaiar. Apresenta-se uma solução mais geral e uma sua simplificação, e explicam-se causas de distorção dos modelos face à existência de vários factores de forma.

1-INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos têm sido desenvolvidas várias teorias sobre o mecanismo de rotura dos materiais, cada vez mais sofisticadas ou abrangendo o estudo de determinados aspectos, o que de certo modo comprova a inevitabilidade e a inviabilidade de obtenção de resultados universalmente exactos (Kachanov, 1986).

No caso de materiais para utilização na maior parte das construções de Engenharia Civil, nomeadamente o betão, têm sido propostas ao longo das últimas décadas algumas teorias gerais para a abordagem do desempenho inelástico, tendo em consideração a sua forte natureza compósita e anisotrópica.

Estas teorias apresentam de um modo geral as características de serem independentes do gradiente de evolução da

deformação e portanto independente dos sucessivos graus de fractura ou dano distribuído ao longo da peça estrutural considerada. São adequadas para abordar a degradação elástica anisotrópica quer em tensão quer em compressão, a distribuição de tensões de contacto ou adesão entre betão e armaduras (e entre os próprios agregados) quer sob acções estáticas quer sob acções dinâmicas (que induzem ciclos histeréticos com degradação).

Mesmo com estes modelos matemáticos elaborados de elevada complexidade, resolvidos por modernos métodos computacionais e análise probabilística, os resultados obtidos são aproximados relativamente à propagação de fissuras e à evolução do estado de fractura e rotura da peça estrutural (modelo ou protótipo).

No entanto, é universalmente reconhecido que quer a Análise

Dimensional e Teoria da Semelhança (permitindo a realização racional de ensaios em modelos à escala) quer o Método dos Elementos Finitos e/ou Método dos Elementos de Contorno, constituem as ferramentas científicas e experimentais actualmente adequadas para a quantificação do desempenho dos vários modelos de fractura do betão em massa e do betão estrutural armado ou esforçado.

2-MOTIVAÇÃO

O ambiente artificial constructivo dos finais do 2º milénio e (espera-se) começo do 3º milénio tem abordado muito responsabilmente o conceito de reabilitação estrutural. Cada vez mais a reabilitação do betão é baseada no conceito de projecto ou dimensionamento de reabilitação recorrendo à máxima utilização da resistência e deformabilidade do betão e do aço.

Para além de maiores resistências, as estruturas de betão reabilitadas apresentam melhor qualidade de construção e são ambientalmente mais eficientes pela inerente optimização de recursos naturais construídos.

De um modo geral o betão solicitado à tracção perde a sua integridade sob extensões 400 a 500 vezes menores que as extensões limites das armaduras. Este facto pode ser compatibilizado num desempenho optimizado da peça estrutural de betão armado, através do desenvolvimento de novos conceitos no desempenho de estruturas reabilitadas de betão nomeadamente pela aplicação auto-regulada ou auto-adaptativa de tensões nas armaduras em complemento com compressões do betão (Chekanovych, 2000) recorrendo a técnicas de controle na construção de estruturas referidas como inteligentes.

Mas cada vez mais se torna necessário desenvolver modelos experimentais e computacionais que permitam constituir uma base de dados de comprovação de novas teorias e conceitos para controle da

fractura e rotura do betão em massa e armado ou reforçado.

Sob o aspecto computacional, realça-se o excelente texto de Carpinteri e Aliabadi (1999) que descreve os mais modernos métodos computacionais, baseados na Mecânica da Fractura, para a análise estrutural do betão em massa e do betão armado. Estes métodos permitem simular a evolução local da fissuração e a evolução geral do dano estrutural.

Também têm sido desenvolvidas simulações numéricas do efeito de escala ou tamanho na resistência nominal de estruturas de betão, através do controle da abertura das fissuras e considerando a dissipação da energia de fractura (Einsfeld et al., 1999), baseadas em trabalhos de Bazant (1987, 1992). Note-se que este mesmo efeito de escala foi já considerado pelos organismos e instituições internacionais de regulamentação, nomeadamente pelos CEB e ACI, através do conceito e do critério do comprimento característico do material para controle da abertura das fissuras (ACI SP-134, 1992). De um modo geral, verifica-se que as estruturas de betão de maiores dimensões apresentam um desempenho mais frágil que estruturas semelhantes de menores dimensões (com um desempenho mais dúctil).

Assim, neste trabalho aplica-se complementarmente a Análise Dimensional (e considerações sobre a Teoria da Semelhança) como base para o desenvolvimento de modelos experimentais que possam permitir a validação de teorias da fractura do betão armado ou esforçado.

3-ANÁLISE DIMENSIONAL PARA ESTUDO DA TRACÇÃO SIMPLES EM SECÇÕES RECTANGULARES DE BETÃO ESTRUTURAL

3.1 - Considerações sobre a energia de fractura

A teoria da fractura ou rotura de sólidos iniciada por Griffith já em 1921 tem sido utilizada como base de modelos teóricos da

fractura e do dano desenvolvidos posteriormente. Para o betão estrutural, considerações energéticas permitem considerar um parâmetro de intensidade de tensões K_I . A energia de fractura W_F é definida, a partir duma amplitude w_u de abertura da fissura à tensão σ_u , por:

$$W_F = \frac{\sigma_u w_u}{2} \quad (1)$$

Apresenta-se na Figura 1 a diferença deste conceito relativamente à energia de deformação elástica W_{int} .

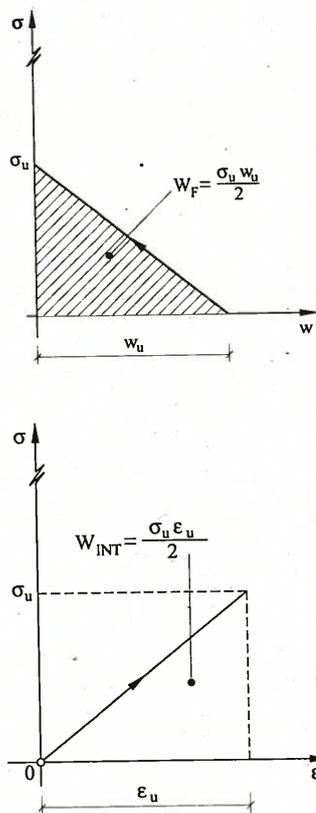


Fig. 1 - Energia de fractura e energia interna de deformação

Note-se que enquanto a energia interna de deformação W_{int} é uma energia armazenada por unidade de volume da peça estrutural (com comportamento dimensional FL^{-2}), a energia de fractura W_F é uma energia dissipada por unidade de área (com comportamento dimensional FL^{-1}). Como W_F está relacionado com σ , deverá existir um parâmetro crítico de tensões K_{IC} que

torne σ o valor máximo que W_F pode assumir.

O parâmetro crítico de tensões K_{IC} é definido experimentalmente para cada estado de tensão cuja fissuração interessa caracterizar (tracção, flexão, torção, etc), conforme exposto por Sih e Ditommaso (1985). No caso de peças de betão estrutural sujeitas à tracção simples, resultados de ensaios experimentais

indicam que K_{IC} é função de $\sigma_R \sqrt{\frac{\pi}{2} d_F}$ (e portanto com um comportamento dimensional $FL^{-3/2}$) com a seguinte definição:

$$K_{IC} = \sigma_R \sqrt{\frac{\pi}{2} d_F} \left(\sec \frac{\pi d_F}{2 h} \right)^{1/2} \quad (2)$$

sendo σ_R a tensão nominal na rotura aplicada nas extremidades do modelo de comprimento l de secção rectangular de largura b e altura h , com fissuras de profundidade de penetração d_F .

Como o betão estrutural é um material extremamente sensível e vulnerável a esforços de tracção, quando não confinado por tubo de aço ou por fibras de reforço ('steel jacketing' or 'fiber jacketing' em FRP ou outros), torna-se evidente o interesse em realizar estudos rigorosos sobre peças prismáticas traccionadas de betão estrutural, de preferência em ambiente experimental controlado associado a Laboratório de Estruturas e Materiais.

Por razões económicas e também para assegurar maior facilidade de controle dos desempenhos, é frequente recorrer-se a modelos reduzidos experimentais.

Estes deverão satisfazer relações de semelhança modelo-protótipo (Critérios ou Modelos de Semelhança), caso contrário quaisquer ensaios realizados *sem critério* poderão apresentar resultados inúteis ou quando muito de valia qualitativa mas nunca quantitativa.

3.2 - Teorema dos $\pi\pi$ e aplicação da análise dimensional

Num sentido estritamente matemático não é possível simular completamente o desempenho de um protótipo estrutural (p) num modelo experimental (m). A semelhança completa teria que ser satisfeita para o universo de forças ou causas representativas na estrutura, peça ou fenómeno estudado, o que não pode nunca ser conseguido entre muitas razões pelo conjunto descontínuo de propriedades disponíveis para construir o modelo.

Quando através de conhecimento empírico ou técnico se sabe que determinada força ou causa representativa domina ou controla o protótipo, ou alternativamente que determinado número adimensional (ou nº índice "Pi") domina, essa grandeza independente da escala é utilizada para determinar leis de escala apropriadas para o fenómeno. É o caso de modelos satisfazendo semelhanças parciais (mas predominantes, ou de 1ª ordem) de Froude, de Reynolds, de Euler, de Cauchy, de Strouhal, de Weber, ou de outras escalas predominantes de 1ª ordem que é possível definir com o designado Teorema dos Pi's ou de Vaschy-Buckingham.

As dificuldades surgem quando 2 ou mais causas representativas são importantes ou dominantes no protótipo. Satisfazer a validade de semelhanças múltiplas induz dificuldades acrescidas na modelação de ensaios experimentais bem projectados e conduzidos de modo a permitir resultados úteis qualitativamente e quantitativamente.

Relativamente à fractura do betão armado em tracção de peças rectangulares de comprimento l , com fissuras de abertura w e de profundidade de penetração d_F , outras variáveis mecânicas de interesse para além das mencionadas na Figura 2 são: a tensão de cedência σ_y da armadura e a força de plastificação da armadura F_p (i.e., a área da armadura é definida a partir destas 2 últimas variáveis); o módulo de elasticidade do betão E ; o

coeficiente de Poisson ν do betão e as extensões ϵ das fibras de betão.

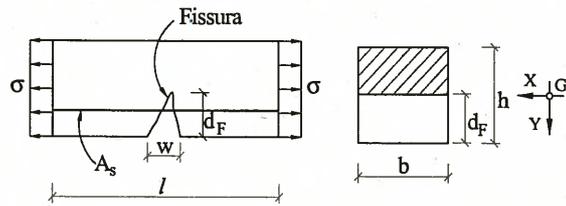


Fig. 2 -Tracção simples de peça linear de betão estrutural

Mas partindo do princípio que se utiliza o mesma composição e fabrico do betão no protótipo e no modelo, a dependência com E e com ν não necessita de ser considerada nos ensaios experimentais. Assim, uma equação generalizada entre estas variáveis ou parâmetros pode ser expressa por:

$$\phi(\sigma_R, K_{IC}, \sigma_y, F_p, l, b, h, d_F, w, \epsilon) = 0 \quad (3)$$

Note-se que relativamente à base dimensional $\{L, F, T\}$ apenas os dois primeiros parâmetros são activos, porque se aborda um problema estático.

Assume-se que a função ϕ é dimensionalmente homogénea. Então escolhendo quaisquer $m=2$ parâmetros entre os $n=10$ parâmetros mecânicos, e tais que a correspondente matriz dimensional em relação a $\{L, F, T\}$ tenha característica igual a 2, podem-se usar essas variáveis escolhidas como nova base dimensional de variáveis ou parâmetros fundamentais.

Mas de acordo com o Teorema dos Pi's de Vaschy-Buckingham (Barbosa, 1985; Carneiro, 1993), também já utilizado de modo semelhante por Barros (2001) para ensaios sísmicos em modelo à escala distorcida, a função ϕ também pode ser expressa por $\phi(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m=8}) = 0$, em que os π_j ($j=1, 2, \dots, n-m=8$) são combinações adimensionais das 2 variáveis fundamentais e de cada uma das $n-m$ restantes variáveis, tipo de termos

posinomiais utilizados na programação geométrica.

Assim, seleccionando $\{h, \sigma_y\}$ como variáveis de base ou fundamentais, após substituições apropriadas a função generalizada ϕ assume a forma:

$$\phi\left(\frac{\sigma_R}{\sigma_y}, \frac{K_{IC}}{\sigma_y h^{1/2}}, \frac{F_p}{\sigma_y h^2}, \frac{l}{h}, \frac{b}{h}, \frac{d_F}{h}, \frac{w}{h}, \varepsilon\right) = 0 \quad (4)$$

Como ε é adimensional constitui um nº índice próprio e portanto as extensões serão as mesmas no protótipo e no modelo. As 4 grandezas adimensionais (nº índices ou Pi's: $\pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_7$) correspondentes a $\left\{\frac{l}{h}, \frac{b}{h}, \frac{d_F}{h}, \frac{w}{h}\right\}$ podem ser encarados como factores de forma da peça ensaiada em modelo (e portanto também do protótipo). A segunda grandeza na equação (4), π_2 , é aquela mais fortemente relacionada com a rotura da peça estrutural por fissuração progressiva. Designa-se de número índice de fragilidade ou número índice de rotura frágil, representa-se por s e assume a forma:

$$s = \pi_2 = \frac{K_{IC}}{\sigma_y h^{1/2}} = f(\pi_1, \pi_3, \text{factores de forma}, \varepsilon) = f\left(\frac{\sigma_R}{\sigma_y}, \frac{F_p}{\sigma_y h^2}, \frac{l}{h}, \frac{b}{h}, \frac{d_F}{h}, \frac{w}{h}, \varepsilon\right) \quad (5)$$

em que a função f é determinada experimentalmente por ensaios em modelo.

Uma aproximação a esta formulação, não incluindo os números índices π_3, π_4 e π_7 , foi já desenvolvida por Sih e Ditommaso (1985) e conduziu à equação (2) válida para tracção simples. Nesse caso, a inclusão da equação (2) na equação (5) permite escrever:

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_y} = s \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi d_F}{2h}\right)}{\frac{\pi d_F}{2h}} \right]^{1/2} \quad (6)$$

que se encontra representado na Figura 3 para vários valores do número índice de fragilidade s . Esta figura evidencia a interacção existente entre a resistência à rotura σ_R e a progressão da fissuração $\frac{d_F}{h}$.

Note-se que quando $\frac{d_F}{h} = 1$ será $\frac{\sigma_R}{\sigma_y} = 0$ correspondendo à rotura total ou ruína da peça. Também quando $\frac{d_F}{h} = 0$, $s = 0$ e

$\frac{\sigma_R}{\sigma_y} = 1$ correspondente ao seu valor máximo.

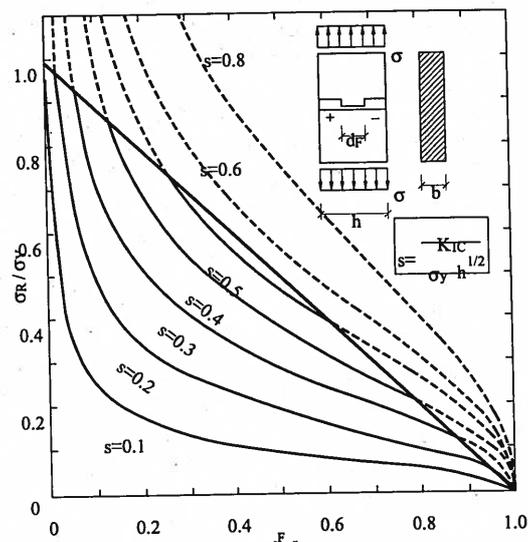


Fig. 3 - Interacção entre resistência à rotura e progressão das fissuras

De acordo com Sih e Ditommaso (1985) abaixo da linha $\frac{\sigma_R}{\sigma_y} = 1 - \frac{d_F}{h}$ a rotura é do tipo dúctil, com formação e evolução das fissuras principalmente na zona central da peça estrutural ensaiada à tracção simples.

3.3 - Considerações finais sobre modelos distorcidos

A primeira condição para a semelhança físico-mecânica é a semelhança geométrica, mas esta não é suficiente porque um modelo não é uma simples maquete. Semelhança incompleta pode conduzir a erros não desprezáveis chamados efeitos ou erros de escala, quando um número índice ou "Pi" (incluindo os do tipo factores de forma) suposto de 2ª ordem (secundário ou desprezável) é de facto de 1ª ordem (ou principal).

A distorção (física e geométrica) entre modelo e protótipo ocorre sempre que uma ou mais escalas, de 1ª ordem de importância, não são satisfeitas. Deste modo, a omissão das escalas de 2 dos anteriores factores de forma π_4 e π_7 permite afirmar que os resultados obtidos não são universalmente válidos. Os factores de forma devem ser encarados como uma inevitabilidade de distorção geométrica tridimensional do modelo.

As escalas das novas variáveis de base $\{h, \sigma_y\}$ são livres, isto é, podem ser escolhidas arbitrariamente. Mesmo que se construa para ensaio em modelo uma peça estrutural com os mesmos materiais do protótipo (agregados graúdos e finos, tipo de cimento, fabrico, etc) a uma determinada escala geométrica λ_l de dimensões transversais (b e h), tal não obriga que a escala das profundidades de penetração das fissuras seja a mesma. Deste modo a escala $\lambda_K = \lambda_{\sigma_R} \sqrt{\lambda_{d_F}} \neq \lambda_{\sigma_R} \sqrt{\lambda_l}$, o que mostra a inexistência de semelhança física completa.

Para além disso a própria textura do betão utilizado em modelo deverá ser escalada apropriadamente, pois enquanto os grãos poderão ser macroscopicamente considerados como contínuos no protótipo, não o poderão ser no modelo (se usados com a mesma dimensão representativa). Assim torna-se também necessária a inclusão na equação (4) ou (5) de mais um factor de forma do tipo $\frac{d_g}{h}$, sendo d_g a dimensão representativa dos grãos dos

agregados. Quando as dimensões da secção transversal são grandes relativamente às dimensões dos grãos dos agregados, este factor de forma é de importância desprezável. Mas para peças estruturais ensaiadas de mais reduzidas dimensões

transversais, o factor de forma $\frac{d_g}{h}$ não será

mais desprezável. Esta situação é actualmente abordada pela utilização de micro-betão em dosagens apropriadas e em granulometria aproximadamente igual à do protótipo, segundo a escala geométrica. Se as dosagens utilizadas não permitirem igualdade de módulo de elasticidade E entre modelo e protótipo (e também de ν), então novos números índice também deverão ser incluídos na equação (4) ou (5), agora com o aspecto final mais completo:

$$\phi\left(\frac{\sigma_R}{\sigma_y}, \frac{K_{IC}}{\sigma_y h^{1/2}}, \frac{F_p}{\sigma_y h^2}, \frac{E}{\sigma_y}, \nu, \varepsilon, \dots\right) \quad (7)$$

$$\dots, \frac{l}{h}, \frac{b}{h}, \frac{d_F}{h}, \frac{w}{h}, \frac{d_g}{h} = 0$$

Com distorção passará a ocorrer uma escala de extensões λ_ε (não unitária, apesar de ε ser adimensional) expressa por $\lambda_\varepsilon = \lambda_\sigma \lambda_E^{-1}$ e à qual corresponderá uma escala de deslocamentos (nomeadamente abertura das fissuras) expressa por $\lambda_w = \lambda_\varepsilon \lambda_l \neq \lambda_l$.

Mas realça-se que todos os 5 factores de forma mencionados são fontes de distorções geométricas entre modelo e protótipo, cuja importância na rotura por tracção de peças de betão, se pretenderá avaliar num futuro próximo, nas novas instalações do Laboratório de Estruturas e Materiais da FEUP. Esta investigação poderá ser financiada quer directamente pelas instituições nacionais competentes, quer através de protocolos universidade-indústria especificamente desenvolvidos para este objectivo.

4- CONCLUSÕES

Foi abordada a possibilidade de realização experimental de ensaios em modelo para análise da fissuração de peças estruturais em betão, ensaiadas à tracção mas também aplicáveis a outros esquemas de esforços (com extensões necessárias). A formulação geral do problema pela análise dimensional e teoria da semelhança permite obter números índices ou grandezas adimensionais que caracterizam universalmente o fenómeno a estudar, por via experimental. Foi realçada a necessidade dos ensaios em modelo, para a determinação experimental das relações entre os referidos parâmetros adimensionais ou "Pi's" do problema estrutural analisado em modelo. Abordaram-se ainda possíveis fontes de distorção entre modelo e protótipo e algumas das suas consequências técnicas.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho insere-se no conjunto de actividades científico-técnicas do Projecto POCTI nº 34521/99/ECM/P do Programa SAPIENS 1999. Agradece-se à *Fundação para a Ciência e a Tecnologia* (FCT) do *Ministério da Ciência e Tecnologia* (MCT) a aprovação e a comparticipação orçamental que vem sendo atribuída.

REFERÊNCIAS

- Kachanov, L.M., *Introduction to Continuum Damage Mechanics*, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Holland, 1986.
- Chekanovych, M., "New Concepts for Structural Rehabilitation", 16th Congress of IABSE, Lucerne, Switzerland, 2000.
- Carpinteri, A., and Aliabadi, M.H., *Computational Fracture Mechanics in Concrete Technology*, Wessex Institute of Technology Press, Series: Advances in Fracture Mechanics - Vol. 3, England, 1999.
- Einsfeld, R.A., Martha, L.F., e Bittencourt, T.N., "Simulação Numérica do Efeito de Escala em Estruturas de Concreto através do Controle da Abertura das Fissuras", XX CILAMCE, *Computational Methods in Engineering '99*, São Paulo, Brasil, 1999.
- Bazant, Z.P., and Pfeiffer, P.A., "Determination of Fracture Energy from Size Effect and Brittleness Number", *ACI Materials Journal*, 84, 463-480, Detroit, Michigan, 1987.
- Bazant, Z.P., "Should Design Codes Consider Fracture Mechanics Size Effects?", *Concrete Design Based on Fracture Mechanics*, ACI SP-134-1, 1-23, Detroit, Michigan, 1992.
- Sih, G.C., and Ditommaso, A., *Fracture Mechanics of Concrete*, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Holland, 1985.
- Barbosa, J.N., *Mecânica dos Fluidos e Hidráulica Geral*, Vol. 1, Porto Editora, Porto, 1985.
- Carneiro, F.L., *Análise Dimensional e Teoria da Semelhança e dos Modelos Físicos*, Editora UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1993.
- Barros, R.C., "On the Development of a Distorted Model for a Seismically Excited Liquid Storage Tank", 1st *International Materials Symposium: Materials '2001*, Universidade de Coimbra, Portugal, 2001. (Também submetido ao *Journal Materials Science Forum*, em apreciação).

