

# ANÁLISE MODAL DE UM MODELO FEMORAL COMPÓSITO

J. F. Dias Rodrigues<sup>1</sup>, H. Lopes<sup>1</sup>, F. J. Q. de Melo<sup>1</sup>, J. A. Simões<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial - FEUP

<sup>2</sup> Secção Autónoma de Engenharia Mecânica - Universidade de Aveiro

## RESUMO

*Apresenta-se neste trabalho a caracterização dos parâmetros modais, por análise modal experimental, de um modelo femoral humano em material compósito simulando mecanicamente o comportamento de um fémur in vivo. O procedimento experimental permitiu identificar as frequências e as formas naturais de vibração do fémur livre-livre e verificar a variação da primeira frequência natural de vibração com a alteração da força axial de compressão.*

## 1- INTRODUÇÃO

No esqueleto humano, as solicitações a que os diversos ossos estão submetidos podem ser aplicadas de modo estático ou dinâmico, de acordo com a velocidade com que evolui a sua intensidade no tempo. Normalmente, as forças provenientes da acção muscular podem ser consideradas de baixa velocidade, pelo que a caracterização das tensões num osso sob esforço muscular é levada a cabo de modo muito aproximado se considerada em regime estático. O mesmo não pode ser assumido quando as solicitações são provenientes de fontes mecânicas de origem externa, apresentando estas, por vezes, altas velocidades na

variação da força perturbadora. Tal é o caso dos indivíduos trabalhando com equipamentos vibratórios, como britadoras e berbequins de percussão, ou expostos a ambientes industriais em que predominam acções mecânicas variáveis no tempo, como plataformas montadas em motores, etc. Estes casos de solicitação, mais severa para indivíduos em pé, terá uma influência agravada naqueles que são portadores de próteses de anca. Estudos realizados (Simões *et al.*, 1996) mostram que num osso com um implante se desenvolvem tensões na interface que podem, em regimes dinâmicos, constituir um elemento determinante na duração e estabilidade da ligação prótese-osso.

## 2 - CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO FEMORAL

Neste trabalho foi levada a cabo, numa primeira fase, a determinação dos parâmetros modais de um modelo femoral humano em material compósito com condições de fronteira livre-livre. Numa segunda fase, com o fémur apoiado em ambas as extremidades, avaliou-se a variação da frequência natural fundamental com o valor de uma força axial de compressão.

### 1.1- Análise Modal Experimental

Para realizar a análise modal experimental do fémur, e de modo a aproximar o modelo físico de análise à configuração de corpo livre, o fémur foi colocado sobre uma almofada de espuma flexível. A montagem utilizada, procurando simular condições de fronteira livre-livre para o fémur, está ilustrada na figura 1.

De acordo com a geometria do fémur, definiu-se uma malha de medição de 12 pontos que, no entanto, não contemplava as extremidades do fémur, figura 2.

Como fonte de excitação optou-se por um excitador electromagnético e pela aplicação de uma carga dinâmica aleatória medida através de um transdutor de carga piezo-eléctrico. Uma análise preliminar permitiu fixar a banda de frequência de



Figura 1 – Sistema experimental para análise modal do modelo femoral livre-livre.

análise de  $[0; 1.6 \text{ kHz}]$ , na qual estão presentes os 6 primeiros modos naturais de vibração. Para aplicação da excitação seleccionou-se o ponto 5, dado que na referida banda de frequência este ponto não corresponde a qualquer um dos nodos de vibração dos modos presentes. A resposta lateral em cada um dos 12 pontos da malha de medição e segundo as duas direcções ortogonais  $O_x$  e  $O_z$ , figura 2, foi medida com um acelerómetro piezo-eléctrico.

A aquisição dos sinais da excitação e da resposta em aceleração, provenientes, respectivamente, do transdutor de força e do acelerómetro, foi realizada dentro dos limites impostos pelo limite superior da banda de frequência, ou seja, 1.6 kHz, e pelo limite inferior do filtro passa-alto comutado para 0.07 Hz.

Com os sinais medidos da excitação e da resposta em aceleração, determinou-se um conjunto de 24 funções de resposta em frequência de tipo acelerância, utilizando para este efeito um analisador FFT.

#### 1.1.1 Apresentação e Discussão dos Resultados

Na figura 3 representa-se uma amostra de 3 das funções de resposta em frequência medidas,  $H_{5z5z}$ ,  $H_{5x5z}$  e  $H_{8x5z}$ , sob a forma de magnitude e fase em função da frequência. Numa primeira análise destas funções verifica-se de imediato a existência de 2 "picos" de baixa frequência, os quais correspondem às 2 frequências naturais da

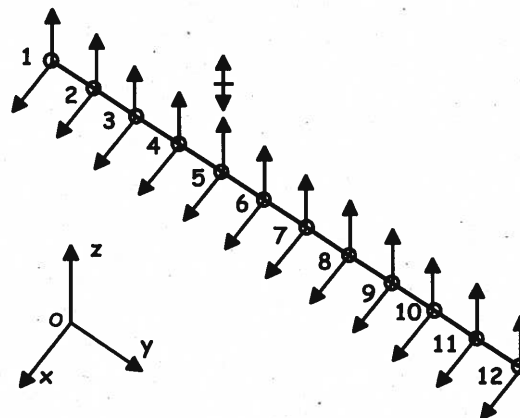


Figura 2 – Malha de medição.

almofada de suporte utilizada. Estas 2 frequências valem, respectivamente, 3.4% e 4.1% da primeira frequência natural do modelo em análise.

Com base nas funções de resposta em frequência, procedeu-se à identificação das frequências naturais, razões de amortecimento modal e formas naturais de vibração, utilizando o "software" comercial LMS CADA-PC [2].

O método de identificação modal utilizado baseia-se no modelo com vários graus de liberdade (MDOF) e foi utilizada a técnica "Least Square Complex Exponential (LSCE)" no domínio do tempo para a identificação das frequências naturais e amortecimentos modais, e a técnica "Least Square Frequency Domain (LSFD)" no domínio da frequência para a determinação das formas naturais.

No procedimento de identificação modal utilizou-se como referência a função directa  $H_{5z5z}$ . A identificação das frequências naturais processou-se com o auxílio das funções indicadoras "Sum" [2] e "Mif-Mode indicator function" [2], que se representam na figura 4 sobrepostas com a função de resposta em frequência directa  $H_{5z5z}$ , e que evidenciam, claramente, os modos naturais presentes na banda de frequência de [0;1.6kHz].

Na tabela 1 apresentam-se os resultados da identificação modal sob a forma das frequências naturais e respectivas razões de amortecimento modal.

Para a validação dos parâmetros modais identificados procedeu-se à sintetização das funções de resposta em frequência medidas e à verificação do critério "MAC-Modal Assurance Criterion" que correlaciona os modos identificados.

Tabela 1 – Parâmetros modais.

Modo	Freq. [Hz]	Amortecimento[%]
1	295.00	1.08
2	339.91	1.03
3	631.87	0.77
4	808.77	0.78
5	981.81	0.73
6	1.53 k	0.86

Na figura 5 representam-se as funções  $H_{5z5z}$  e  $H_{8x5z}$  medidas e sintetizadas, as quais evidenciam uma boa concordância em toda a banda de frequência de análise.

Na tabela 2 apresenta-se a matriz "MAC" cujos termos não-diagonais revelam uma reduzida correlação entre os modos identificados que se apresentam, portanto, desacoplados.

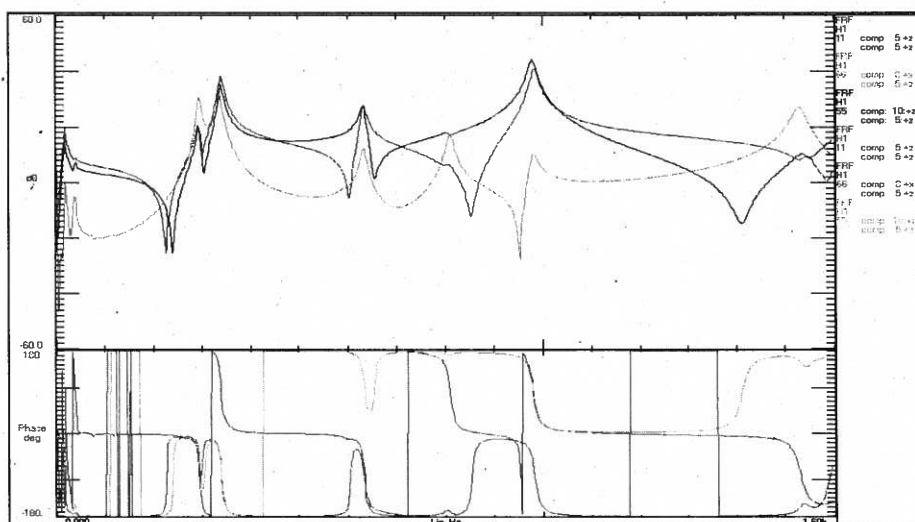


Figura 3 – Funções de resposta em frequência:  $H_{5z5z}$ ,  $H_{8y5z}$ ,  $H_{10z5z}$ .

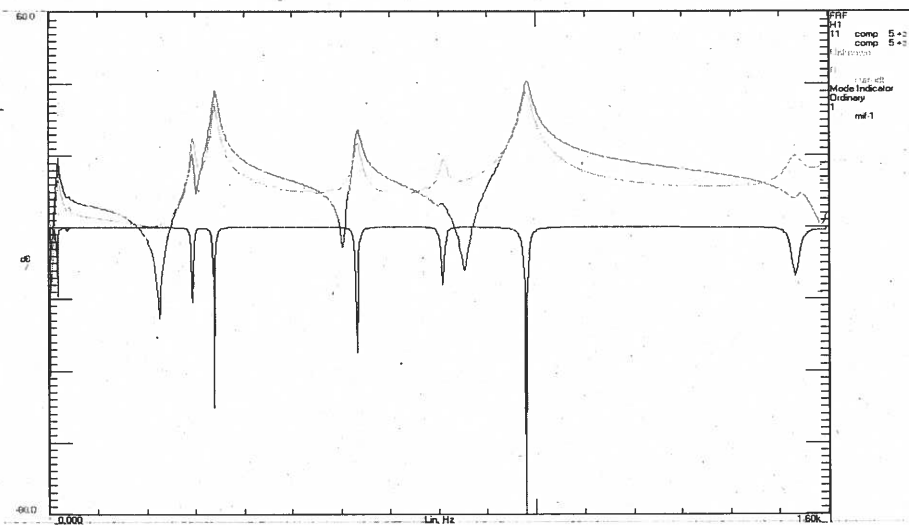


Figura 4 – Função de resposta em frequência directa  $H_{525z}$  e funções "Sum" e "Mif".

Tabela 2 – Matriz "MAC" [%]

Modo	Freq. [Hz]	1	2	3	4	5	6
1	295.00	100.0	0.1	0.0	3.4	1.7	3.1
2	339.91	0.1	100.0	3.5	8.0	1.3	7.2
3	631.87	0.0	3.5	100.0	8.6	1.6	2.9
4	808.77	3.4	8.0	8.6	100.0	11.3	3.0
5	981.81	1.7	1.3	1.6	11.3	100.0	0.4
6	1.53 k	3.1	7.2	2.9	3.0	0.4	100.0

A boa concordância entre as funções medidas e as sintetizadas assim como o critério "MAC" permitem validar o modelo modal identificado e cujas formas naturais

se representam na figura 6.

As formas naturais de vibração identificadas apresentam-se bem definidas. As formas naturais 1, 4 e 6 e as formas 2, 3

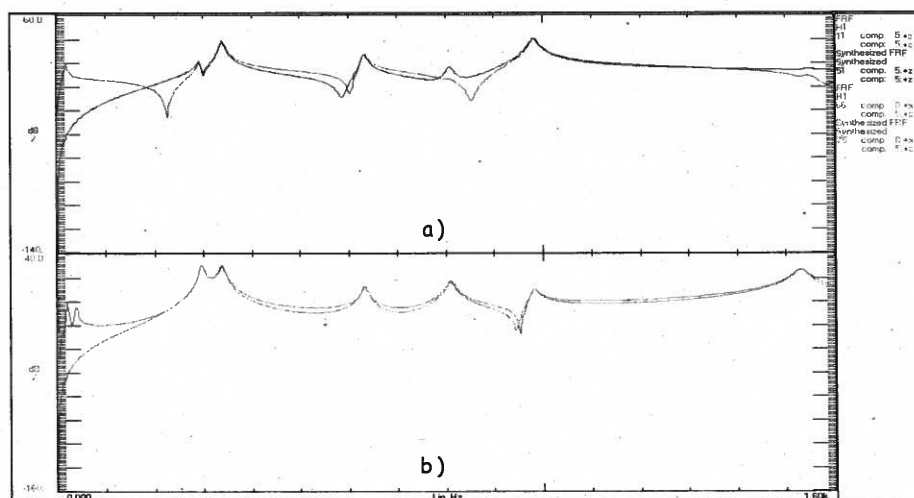


Figura 5 – Funções de resposta em frequência medidas e sintetizadas: a)  $H_{525z}$ ; b)  $H_{8x5z}$ .

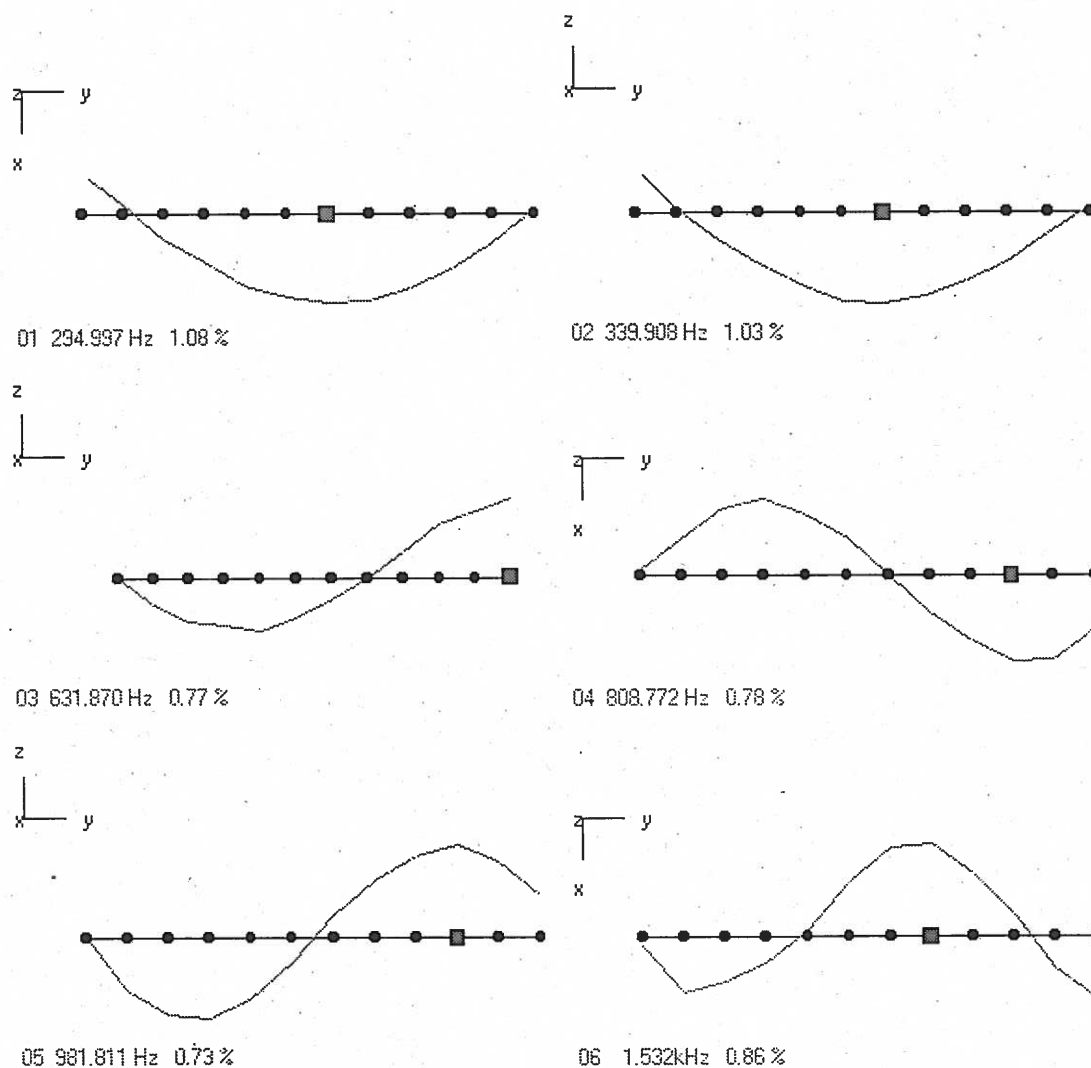


Figura 6 – Formas naturais de vibração do modelo femoral livre-livre.

e 5 correspondem, respectivamente, a formas naturais nos dois planos  $Oxy$  e  $Oyz$ . A diferença de comportamento nas duas extremidades é devida à diferente geometria e massa concentrada nas extremidades do fémur.

## 1.2 FÉMUR BI-APOIADO EM COMPRESSÃO

Numa segunda fase, com o fémur apoiado por encosto em ambas as extremidades e sujeito a uma carga axial de compressão, aplicada por um cilindro pneumático, procedeu-se à identificação da frequência natural fundamental para diferentes valores da força de compressão. Pretendeu-se com este procedimento

analisar a influência da força axial na frequência natural de vibração associada ao modo de flexão do fémur de frequência mais baixa.

A montagem experimental utilizada está apresentada na figura 7. Para diferentes valores da força de compressão aplicada mediram-se as respectivas funções de resposta em frequência de tipo aceleração na banda  $[0; 400 \text{ Hz}]$ . A excitação foi aplicada com um martelo de impacto instrumentado e a resposta em aceleração foi medida por um acelerómetro piezo-eléctrico.

### 1.2.1 Apresentação e Discussão dos Resultados

As funções de resposta em frequência medidas na banda de frequência de  $[0; 400 \text{ Hz}]$ , correspondentes aos diferentes

valores da força de compressão aplicada na



Figura 7 - Sistema experimental para análise dinâmica do modelo femoral bi-apoiado e submetido a uma carga axial.

Tabela 3 – Frequência natural  $\omega_1$  para diferentes valores da carga axial.

Força [N]	$\omega_1$ [Hz]
623	169
779	178
935	178
1247	175
1559	171
1870	168

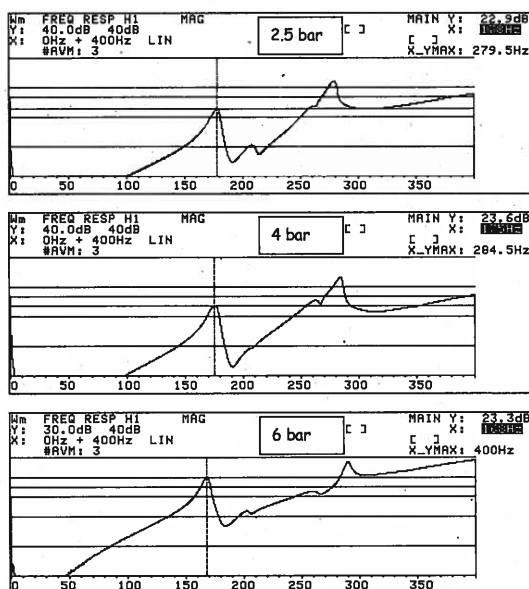
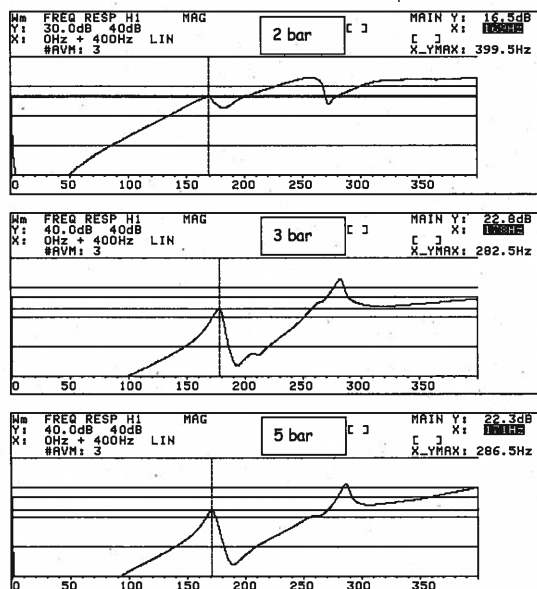


Figura 8 – Função de resposta em frequência para diferentes valores da carga axial.

gama de [623; 1870 N], estão representadas na figura 8.

A partir das funções de resposta em frequência medidas identificou-se o valor da frequência natural fundamental para cada carga de compressão aplicada. Os resultados obtidos estão apresentados na tabela 3.

A análise dos valores da frequência natural fundamental na tabela 3 mostra que, para valores da força superiores a  $\approx 935$  N, a frequência natural fundamental diminui com o aumento da força, como, aliás, se esperava e se representa na figura 9. No entanto, o aumento que se verifica

na passagem do valor da carga de 623 a 779N explica-se pela necessidade da existência de uma força compressiva mínima que garanta o encosto das

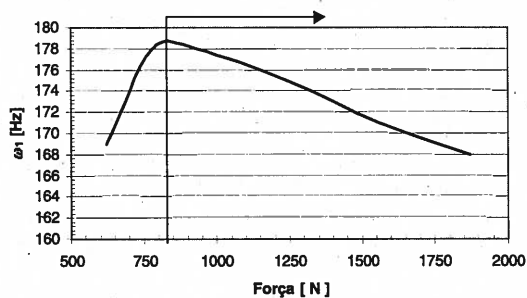


Figura 9 – Variação da frequência natural com a carga axial.

extremidades do fêmur nos apoios utilizados na montagem experimental com a conseqüente eliminação de folgas. Refira-se, ainda, que só para valores da força superiores a este limiar de  $\approx 935$  N se conseguiram condições de estabilidade dinâmica da montagem e de repetitibilidade das medições.

## CONCLUSÃO

A análise modal experimental do modelo femoral em compósito permitiu identificar as frequências naturais, os amortecimentos modais e as respectivas formas naturais de vibração na banda [0, 1.6k Hz].

Para o fêmur submetido a uma carga axial de compressão, a análise permitiu verificar, aliás como se esperava, uma diminuição da primeira frequência natural de vibração com o aumento da carga.

A análise realizada ilustra a aplicabilidade da técnica da análise modal experimental na área da bio-mecânica. O estudo realizado e os resultados produzidos evidenciam que este tipo de análise pode fornecer a informação necessária a uma melhor caracterização das propriedades dinâmicas de um osso com um implante.

## REFERÊNCIAS

- [1] - Simões et al, "The propagation of stress waves on a human dry femur with a hip prosthesis", Mechanics in Design, Toronto, 1996.
- [2] - LMS, LMS CADA-PC User Manual, Revision 1.2, LMS International, 1993.

