

# VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DE MODELOS DE CÁLCULO DE ESTRUTURAS SANDWICH

Ferreira, A.J.M.<sup>1</sup>; Marques, A.T.<sup>2</sup>; César de Sá, J.<sup>2</sup>; Barbosa, J.A.T.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Prof. Auxiliar, <sup>2</sup>Prof. Associado  
Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial  
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto



## RESUMO

*Analisa-se por elementos finitos de casca espessa o comportamento elasto-plástico de estruturas laminadas (sandwich ou compósitas), tendo em conta três abordagens cinemáticas e uma teoria de fluxo associativa. Nas abordagens cinemáticas, consideram-se as teorias de 1ª, 3ª ordens e layerwise. Considera-se ainda o comportamento de estruturas sandwich onde o núcleo é elasto-plástico, como é o caso de espumas poliméricas.*

## 1- INTRODUÇÃO

Os corpos sólidos podem ser considerados elásticos apenas em zonas limitadas da sua resposta estrutural. A partir de determinados limites, desenvolvem-se deformações permanentes, independentes do tempo. Este tipo de comportamento enquadra-se na chamada teoria matemática da plasticidade.

Muitos componentes estruturais são supostos permanecer elásticos durante a sua vida útil. A previsão do seu comportamento próximo da rotura pode, no entanto, resultar num projecto mais seguro e potencialmente mais económico. Para além disto, muitos processos de fabrico actuais fazem uso da fase plástica ou inelástica dos materiais, como por exemplo a estampagem de chapa metálica ou de compósitos termoplásticos.

Os compósitos reforçados com fibras exibem comportamento não linear, especialmente os de matriz metálica e os de matriz termoplástica.

Analisa-se por elementos finitos de casca [Zienkewicz (1991)] o comportamento elasto-plástico de estruturas laminadas (sandwich ou compósitas), tendo em conta três abordagens cinemáticas e uma teoria de fluxo associativa. Nas abordagens cinemáticas, consideram-se as teorias de 1ª, 3ª ordens e layerwise. Considera-se ainda o comportamento de estruturas sandwich onde o núcleo é elasto-plástico, como é o caso de espumas poliméricas.

## 2 - COMPORTAMENTO INELÁSTICO DE MATERIAIS COMPÓSITOS

Na figura 1 apresentam-se as curvas carga-deslocamento típicas de ensaios de tracção [Francisco (1995)] em compósitos epóxida-carbono UD. Na figura 2 apresenta-se a curva carga-deslocamento referentes a ensaios de tracção realizados por Brito (1985), em compósitos de matriz termoendurecível reforçados com mantas e tecidos.

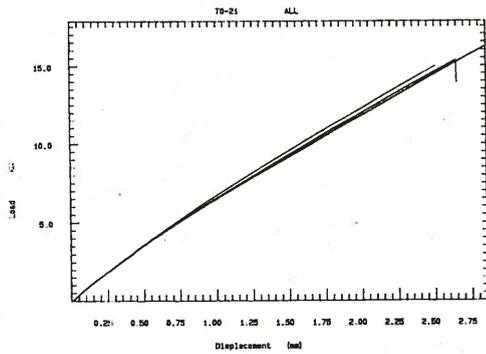


Fig 1a- Curvas carga-deslocamento de compósitos de matriz termoendurecível-ângulos de  $[0^\circ]_n$

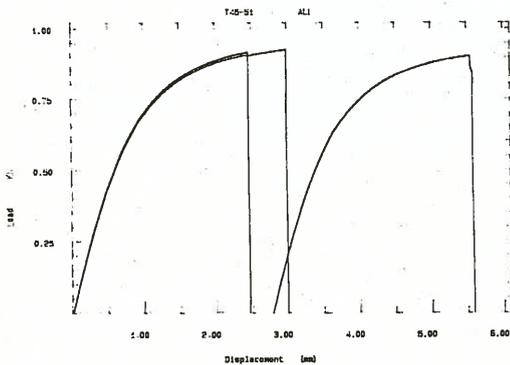


Fig 1b- Curvas carga-deslocamento de compósitos de matriz termoendurecível-ângulos de  $[45^\circ]_n$

Na figura 3 apresentam-se as curvas tensão-deformação de compósitos poliéster-tecido de vidro de 300g/m<sup>2</sup> [Brito (1985)], sujeitos à tracção, onde se pode verificar a anisotropia do material e o efeito da matriz sobre o comportamento global da estrutura.

Na figura 4 apresentam-se curvas semelhantes para tecidos de 800g/m<sup>2</sup>. A resina parece ter uma influência pronunciada no comportamento estrutural, embora em direcções de predominância de resina, as fibras apresentem alguma reserva de resistência, como ilustrado na figura 5 [Brito (1985)].

Comprova-se que estes compósitos, tipicamente lineares até à rotura quando solicitados na direcção das fibras, exibem comportamento inelástico, mais ou menos marcado de acordo com a predominância da matriz.

Os compósitos de matriz termoplástica são mais recentes que os de matriz termoendurecível, tendo particular

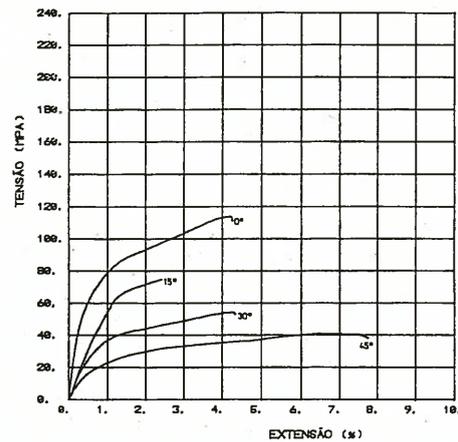


Fig 2 - Curvas carga-deslocamento de compósitos de matriz termoendurecível

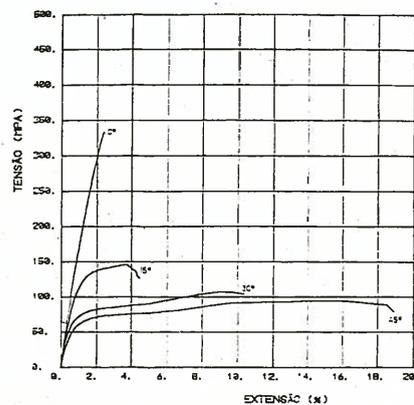


Fig 3 - Curvas tensão-deformação para compósitos de tecido de 300g/m<sup>2</sup>

interesse pelas suas possibilidades de fabrico, pela maior tenacidade e pela sua maior ductilidade. Na figura 6 apresenta-se a curva tensão-deformação do compósito AS4/PEEK, em ensaios de tracção [Koon e Soon (1991)]. Registe-se a forte presença de não-linearidade exibida a partir de cerca de 30% da carga de rotura.

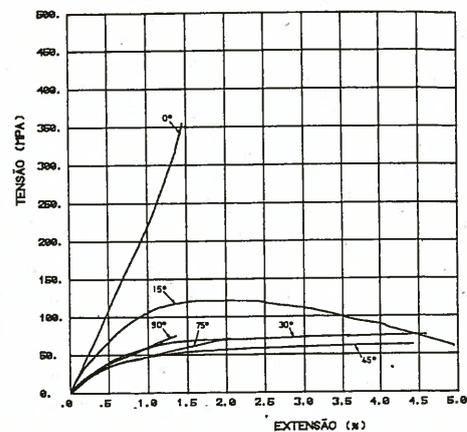


Fig 4 - Curvas tensão-deformação para compósitos de tecido de 800g/m<sup>2</sup>

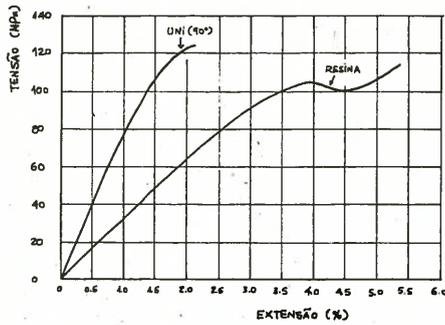


Fig 5 - Comparação das curvas de compressão de placa [90°] e resina pura

Outros compósitos ainda mais recentes possuem matrizes termoendurecíveis, como por exemplo a epóxida e são reforçados com fibras termoplásticas. Os compósitos reforçados com fibras de polietileno têm também comportamento tipicamente inelástico, conforme é apresentado na figura 7 [Sloan e Nguyen (1995)].

### 3-COMPORTAMENTO INELÁSTICO DE ESTRUTURAS SANDWICH

As estruturas sandwich são vulgarmente constituídas por peles rígidas e resistentes e por núcleos macios. Entre outros núcleos, as espumas poliméricas são bastante usadas pelo seu baixo custo e pela suas boas capacidades de isolamento acústico e absorção de choque. Como núcleos estruturais, o seu comportamento pode ser considerado inelástico [Gibson e Ashby (1988)]. Na figura 8 apresenta-se a curva carga-deslocamento medida num ensaio de compressão [Pecault(1996)] para as espumas Dywincell 80 e AIREX.

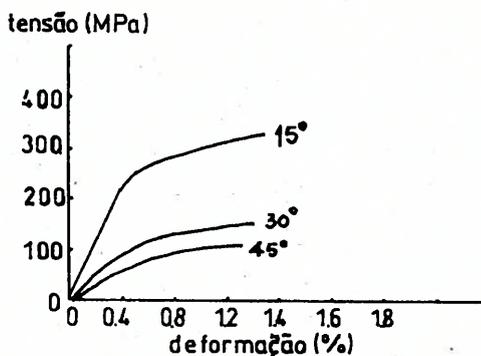


Fig 6 - Curvas carga-deslocamento de compósitos de matriz termoplástica

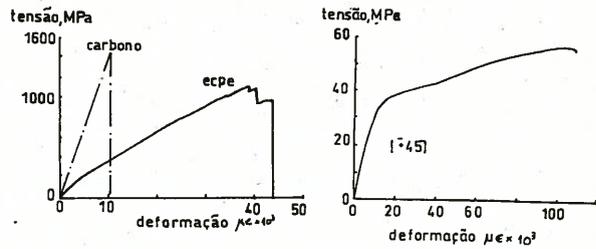


Fig 7 - Curvas carga-deslocamento de compósitos de matriz termoendurecível e fibras termoplásticas

Regista-se uma marcada linearidade e após a cedência, um patamar bem marcado. Pode, então, considerar-se este comportamento como linear-perfeitamente plástico.

No contexto da análise inelástica destes materiais far-se-á uso da chamada teoria matemática da plasticidade [Hill (1950)]. Considerar-se-ão apenas situações de casca e procurar-se-á comparar as teorias de deformação de ordens várias, tendo em conta que as características elásticas das peles e do núcleo são tipicamente bastante diferentes.

### 4- TEORIA DE FLUXO DA PLASTICIDADE

Supõe-se que o comportamento dos materiais em causa pode ser modelado através de uma teoria elasto-plástica. Para que se possa formular uma teoria que modele a deformação elasto-plástica do material é necessário que se cumpram três requisitos [Owen e Hinton (1980), Figueiras (1983)]: a) deve estabelecer-se uma relação constitutiva; b) tem de ser postulada um critério de cedência indicando o nível de tensão para o qual se inicia o fluxo plástico; c) deve desenvolver-se uma relação tensão-deformação para o comportamento pós-cedência.

Um critério de cedência define o início de plasticidade e pode ser escrito na forma

$$F(\sigma, \chi) = f(\sigma) - Y(\chi) = 0 \quad (1)$$

em que o nível de cedência  $Y$  pode ser uma função do parâmetro de encruamento

$\chi$  e  $f$  é uma função qualquer dos invariantes de tensão desvio.

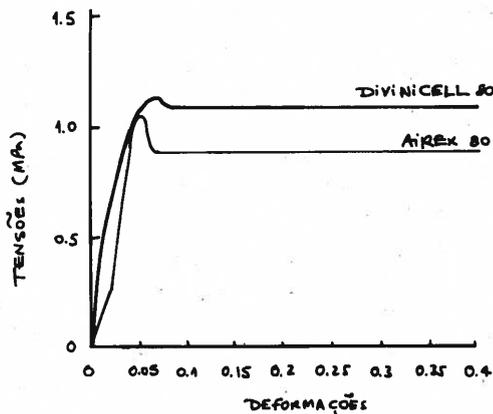


Fig 8 - Curvas carga-deslocamento de espumas estruturais

#### 4.1 - O critério de cedência de Huber-Mises

Ao definir um potencial plástico, ou tensão efectiva,  $\bar{\sigma}$ , numa forma similar à função de cedência de Huber-Mises para materiais isotrópicos, pode escrever-se

$$f(\sigma) = \bar{\sigma}^2 = \alpha_{12}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \alpha_{23}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \alpha_{13}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 3\alpha_{44}\tau_{12}^2 + 3\alpha_{55}\tau_{13}^2 + 3\alpha_{66}\tau_{23}^2 \quad (2)$$

em que  $\sigma_{ij}$  são as componentes do tensor das tensões de Piola-Kirchhoff, os  $\alpha_{ij}$  são parâmetros de anisotropia e os índices 1,2,3 reportam às direcções dos eixos principais de anisotropia. Considerando a suposição habitual das cascas  $\sigma_{33} = \sigma_z = 0$ , pode desenvolver-se a expressão (2), obtendo-se

$$\bar{\sigma}^2 = a_1\sigma_{11}^2 + 2a_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} + a_2\sigma_{22}^2 + a_3\tau_{12}^2 + a_4\tau_{13}^2 + a_5\tau_{23}^2 \quad (3)$$

onde  $a_i$  são os parâmetros anisotrópicos que deverão ser determinados experimentalmente [Figueiras (1983)]. No caso mais geral, em que os eixos principais de anisotropia não coincidem com os eixos de referência  $x,y$ , mas estão desfazados de um certo ângulo  $\theta$ , os parâmetros de anisotropia são modificados por transformação tensorial.

Na forma matricial, (3) pode escrever-se como

$$\bar{\sigma}^2 = \sigma_{1,2,3}^T \underline{A} \sigma_{1,2,3} \quad (4)$$

onde

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \bar{a}_1 & \bar{a}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{a}_{12} & \bar{a}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{a}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{a}_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{a}_5 \end{bmatrix} \quad (5)$$

A equação de transformação é a seguinte:

$$\bar{\sigma}_{1,2,3} = \underline{T} \sigma_{x,y,z} \quad (6)$$

em que  $\underline{T}$  é a matriz de transformação definida nos capítulos anteriores. A tensão efectiva, expressa no referencial  $x,y,z$ , é então,

$$\bar{\sigma}^2 = \sigma_{x,y,z}^T \underline{A} \sigma_{x,y,z} \quad (7)$$

em que  $\underline{A}$  é a matriz dos novos parâmetros de anisotropia, obtida por

$$\underline{A} = \underline{T}^T \underline{A} \underline{T} = \begin{bmatrix} a_1 & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 \\ a_{12} & a_2 & a_{23} & 0 & 0 \\ a_{13} & a_{23} & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & a_{45} & a_5 \end{bmatrix} \quad (8)$$

#### 4.2 - Parâmetros de anisotropia

Segundo Figueiras (1983), os parâmetros de anisotropia podem ser calculados através de ensaios independentes, do tipo tracção uniaxial. Por exemplo, num teste de tracção uniaxial na direcção 1, obtém-se

$$\bar{a}_{10} = \frac{\bar{\sigma}_0^2}{\sigma_{10}^2} \quad (9)$$

em que  $\bar{\sigma}_0$  é a tensão uniaxial de cedência na direcção 1 e o índice "0" indica valores antes do endurecimento. Tomando a direcção 1, como a direcção de referência, então  $\bar{a}_{10} = 1.0$ . Da mesma forma, podem definir-se os restantes parâmetros de anisotropia

$$\bar{a}_{20} = \frac{\bar{\sigma}_0^2}{\sigma_{20}^2}, \quad \bar{a}_{30} = \frac{\bar{\sigma}_0^2}{\tau_{120}^2}, \quad \bar{a}_{40} = \frac{\bar{\sigma}_0^2}{\tau_{130}^2}, \quad \bar{a}_{50} = \frac{\bar{\sigma}_0^2}{\tau_{230}^2} \quad (10)$$

Para se obter  $\bar{a}_{120}$  é necessário um outro teste de tracção uniaxial, em que o material é retirado do plano 12 [Figueiras (1983)]. Se o eixo do provete estiver rodado de um ângulo  $\theta$ , relativamente ao eixo 1, é assumido  $\sigma_{\theta\theta}$  como a tensão uniaxial de cedência obtida no ensaio, podendo escrever-se

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_{\theta\theta} \cos^2 \theta, \sigma_2 = \sigma_{\theta\theta} \sin^2 \theta, \\ \tau_{12} &= \sigma_{\theta\theta} \sin \theta \cos \theta, \tau_{13} = \tau_{23} = 0\end{aligned}\quad (11)$$

Substituindo estes componentes de tensão em (4.3), e assumindo, por exemplo  $\theta=45^\circ$ , obtém-se o parâmetro adicional

$$\bar{a}_{120} = 2 \left( \frac{\bar{\sigma}_0}{\sigma_{\theta\theta}} \right)^2 - \frac{1}{2} (1 + \bar{a}_{20} + \bar{a}_{30}) \quad (12)$$

Para um material isotrópico,  $\sigma_{\theta\theta} = \bar{\sigma}_0$ ,  $\bar{a}_{20} = 1.0$  e  $\bar{a}_{30} = 3.0$  e assim  $\bar{a}_{120}$  toma o valor -0.5.

Estes parâmetros são funções das tensões correntes de cedência, variando, portanto, durante o fluxo plástico para um material endurecível. Os seus valores subsequentes [Figueiras (1983)] são obtidos, introduzindo os valores das tensões de cedência correntes em (10) e (12).

### 4.3 - Relações elasto-plásticas tensão-deformação

O incremento total de deformação local  $d\varepsilon$  é a soma dos componentes elástica e plástica, tal que

$$d\varepsilon' = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (13)$$

O incremento de deformação elástica  $d\varepsilon^e$  pode ser obtido pela forma incremental habitual e o incremento de deformação plástica pela regra de fluxo [Owen e Hinton (1980), Figueiras (1983)]

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \underline{\sigma}} \quad (14)$$

em que  $Q$  é denominado potencial plástico e  $d\lambda$  é uma constante. A suposição  $Q = f$  torna possível a formulação de uma teoria de plasticidade associada, na qual a expressão (14) é denominada condição de

normalidade [Owen e Hinton (1980), Figueiras (1983)], dado que  $\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}}$  é um vector normal à superfície de cedência numa interpretação geométrica do espaço das tensões.

A forma diferencial de (1) pode ser escrita como

$$\underline{a}^T d\underline{\sigma} - A d\lambda = 0 \quad (15)$$

em que o vector de fluxo  $\underline{a}$  é definido por

$$\underline{a}^T = \frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} \quad (16)$$

e

$$A = - \frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial \chi} d\chi \quad (17)$$

Através das equações (13) a (17), pode estabelecer-se a relação tensão-deformação incremental elasto-plástica [Owen e Hinton (1980), Figueiras (1983)]

$$d\underline{\sigma} = \underline{D}_{ep} d\varepsilon \quad (18)$$

em que a matriz constitutiva elastoplástica é dada por [Zienkiewicz (1991)]:

$$\underline{D}_{ep} = \underline{D} - \frac{\underline{D} \underline{a} \underline{a}^T \underline{D}}{A + \underline{a}^T \underline{D} \underline{a}} \quad (19)$$

O parâmetro de encruamento  $A$  pode ser deduzido de ensaios uniaxiais, como

$$A = H' = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}_p} \quad (20)$$

Assim  $A$  é a inclinação da tangente à curva tensão efectiva-deformação plástica e é função da deformação plástica efectiva acumulada  $\bar{\varepsilon}_p$  [Owen e Hinton (1980), Figueiras (1983)]. A matriz de rigidez tangencial do material pode ser obtida por

$$\underline{K} = \frac{dp}{d\underline{a}} = \int_V \underline{B}^T \frac{d\underline{\sigma}}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d\underline{a}} dv + \int_V \underline{B}^T \underline{D}_{ep} \underline{B} dv \quad (21)$$

### 4.4 - O critério de Sun/Chen

Sun e Chen (1992) formularam um critério de cedência baseado no critério de Huber-Mises, com o objectivo de analisar compósitos termoplásticos. Foi considerado que os compósitos

unidireccionais, quando solicitados em tracção na direcção das fibras têm comportamento linear até à rotura. Nesse contexto assume-se que a deformação plástica na direcção 1 é zero

$$d\varepsilon_{11}^P = 0 \quad (22)$$

o que conduz a

$$a_{11}=a_{12}=0 \quad (23)$$

Pode então considerar-se que o potencial plástico é definido como função dum só parâmetro

$$\bar{\sigma}^2 = \sigma_{22}^2 + b(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2) \quad (24)$$

onde b é um parâmetro que é determinado por ensaios uniaxiais fora dos eixos (off-axis tests). Em [Sun e Chen (1992)] obteve-se os valores de b=3 para o AS4/PEEK e b=4.0 para os compósitos Boro/Alumínio.

Neste trabalho foram implementados ambos os critérios de cedência, embora o critério de Huber-Mises seja o mais utilizado.

De seguida, apresentam-se e discutem-se alguns exemplos numéricos em que diversas estruturas são sujeitas a carregamentos que originam comportamento elasto-plástico.

## 5 - EXEMPLOS NUMÉRICOS

Através de exemplos numéricos pretende-se comparar o desempenho relativo das teorias de deformação de corte, em particular nos valores de cedência, e ainda estudar o comportamento elasto-plástico de estruturas sandwich, cujo comportamento possa eventualmente ser considerado como elasto-plástico.

### 5.1- Ensaio de tracção de compósitos termoplásticos

Na figura 9 ilustra-se um provete sujeito á tracção [Sun e Chen (1992)]. O material deste provete é compósito termoplástico reforçado com fibras de carbono AS4/Peek, cujas características são também apresentadas na figura 9. Na figura 10a apresentam-se as curvas

experimentais [Sun e Chen (1992)]. Verifica-se uma forte influência da orientação das fibras no comportamento elasto-plástico do material. na figura 10b compara-se a resposta experimental e numérica para  $\theta=90^\circ$ . Nota-se uma boa concordância da teoria de 1ª ordem com os resultados experimentais. As alterações propostas por Sun e Chen (1992) revelam-se demasiado rígidas, quando implementadas neste elemento. O critério de Huber-Mises revela-se mais adequado para representar, neste exemplo, o comportamento elasto-plástico destes compósitos termoplásticos.

### 5.2- Ensaio de flexão em viga isotrópica

Na figura 11, considera-se uma viga simplesmente apoiada, sujeita a carga central pontual, simulando um ensaio de flexão em 3 pontos. Considera-se um material isotrópico com

$$E = 10 \text{ GPa}, \nu = 0.3, \sigma_y = 120 \text{ MPa}, E_p = 0.$$

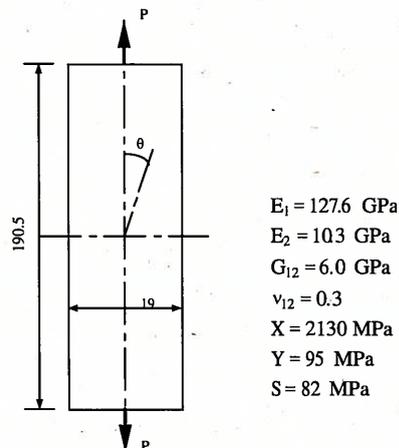


Fig 9 - Ensaio de tracção a termoplástico reforçado AS4/PEEK

Verifica-se uma boa concordância entre todas as teorias de deformação, com curvas carga-deslocamento muito próximas umas das outras. Este tipo de resposta vem confirmar resultados anteriores, onde se verifica que para estruturas isotrópicas, as três teorias são muito próximas.

### 5.3- Ensaio de flexão em viga sandwich

Na figura 14, apresenta-se a curva carga-deslocamento referente à mesma

viga da figura 11, mas com um novo laminado, ilustrado na figura 13.

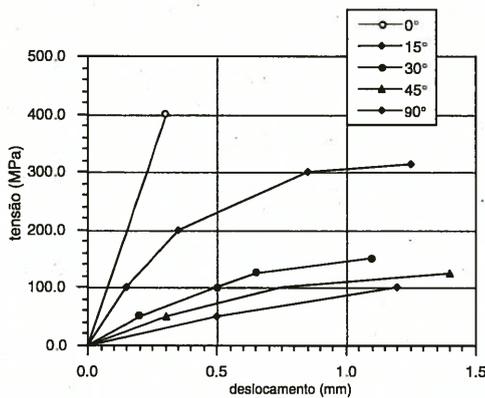


Fig 10a - Curvas tensão-deformação experimentais

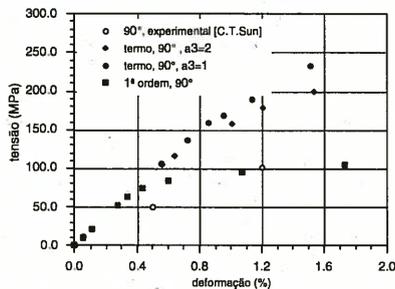


Fig 10b - Comparação experimental-numérica

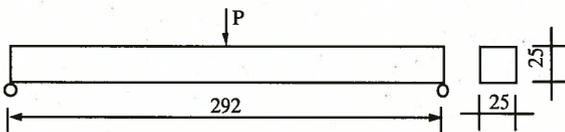


Fig 11 - Viga simplesmente apoiada, ensaio de flexão em três pontos

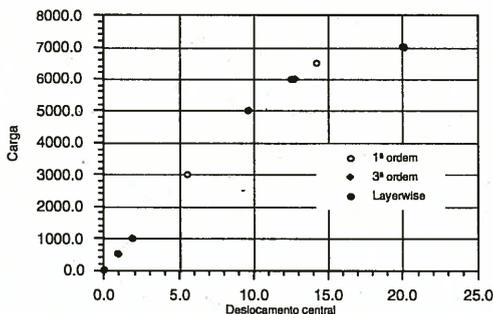


Fig 12 - Curva carga-deslocamento para a viga isotrópica.

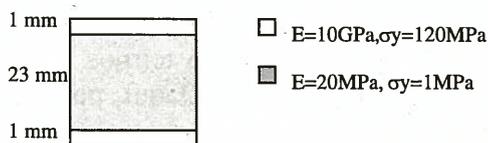


Fig 13 - Laminado sandwich, compósito-espuma de AIREX

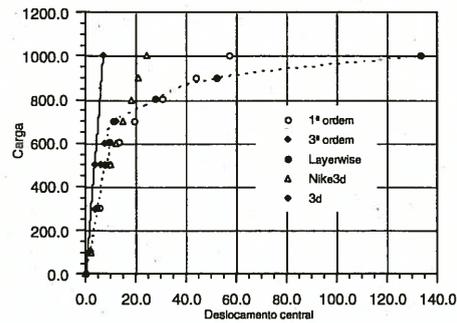


Fig 14 - Curva carga-deslocamento para o laminado da figura 13

Comparam-se, neste exemplo, as teorias de deformação de 1ª e 3ª ordens [Ahmad et al. (1969), Ferreira et al.(1993)], bem como a teoria layerwise [Ferreira et al.(1993)], com uma formulação tridimensional [Maker et al(1991)]. A teoria de 3ª ordem apresenta-se demasiado rígida, confirmando as dificuldades de análise deste tipo de laminados. Verifica-se uma grande proximidade entre as teorias de 1ª ordem e layerwise, o que poderá ser explicado pela simetria do laminado. Os resultados tridimensionais são muito próximos das anteriores teorias. A variação na cedência deve-se ao facto de [Maker et al(1991)] usar um critério diferente do Huber-Mises, o que poderá ter influenciado a forma da curva elasto-plástica.

#### 5.4 - Flexão de vigas sandwich

Na figura 15 ilustra-se uma viga sandwich simplesmente apoiada e sujeita a uma carga pontual central, conforme se pode visualizar na fotografia 1. Foram ensaiados um conjunto de vigas com comprimentos de 160, 260, 400 e 550 mm. Nas figuras 16 a 19 apresentam-se as curvas carga-deslocamento obtidas nos ensaios de flexão em três pontos. Foram utilizados os elementos de casca com as teorias de 1ª ordem 3ª ordem e layerwise. O material das peles da estrutura sandwich é um compósito de poliéster-fibra de vidro quasi-isotrópico com  $E=10\text{GPa}$ ,  $\nu=0.3$ ,  $\sigma_y=120\text{MPa}$ . A espuma de PVC tem um módulo de  $20\text{MPa}$ ,  $\nu=0.3$  e  $\sigma_y=2\text{MPa}$ . Na figura 20 apresentam-se as curvas carga-deslocamento para a viga de 160 mm.

Verifica-se uma boa concordância com os valores experimentais com as teorias de 1ª ordem e layerwise, enquanto que a teoria de 3ª ordem se revela muito rígida.

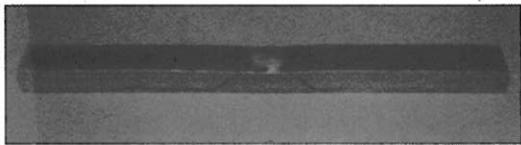
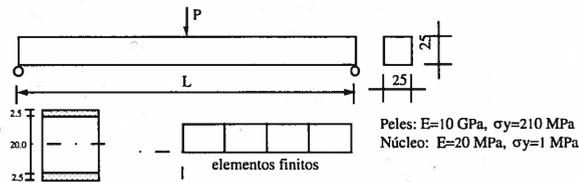


Fig 15 - Viga sandwich compósito-espuma de PVC

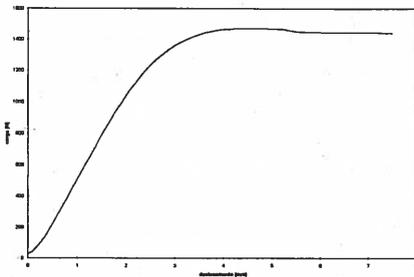


Fig 16 - Curva carga-deslocamento para viga sandwich,  $L=160$  mm

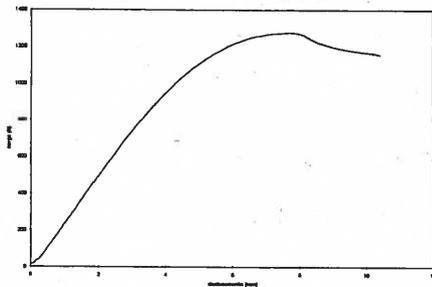


Fig 17 - Curva carga-deslocamento para viga sandwich,  $L=260$  mm

Na figura 20 comparam-se a curva carga-deslocamento experimental com as curvas obtidas pelas três teorias de deformação, implementadas no elemento de casca degenerado. Verifica-se uma boa concordância com a teoria layerwise. A teoria de 3ª ordem apresenta-se demasiado rígida, confirmando a sua dificuldade em analisar estruturas sandwich com rácios modulares elevados (neste caso, 500).

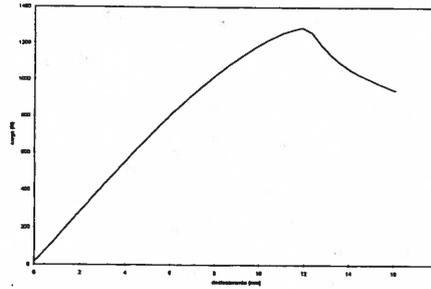


Fig 18 - Curva carga-deslocamento para viga sandwich,  $L=400$  mm

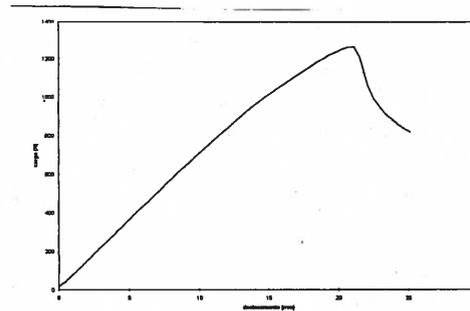


Fig 19 - Curva carga-deslocamento para viga sandwich,  $L=550$  mm

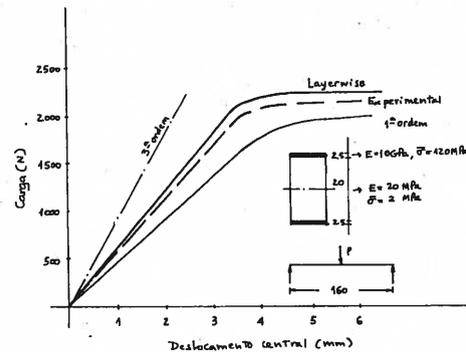


Fig 20 - Curva carga-deslocamento para viga sandwich,  $L=160$  mm- Comparação de resultados experimentais e numéricos

Refira-se, ainda, que foi escolhida a viga de 160 mm, para comparação de resultados, porque, de acordo com o observado nas figuras 16 a 19, é aquela onde os efeitos da deformação de corte são mais relevantes, dada a relação comprimento/espessura (inferior a 10). Neste exemplo, verifica-se uma grande intervenção do núcleo, em termos do seu comportamento ao corte. Daqui, pensa-se, a boa correlação da teoria layerwise com os resultados experimentais.

## 6 - CONCLUSÕES

Foram analisadas vigas, placas e cascas laminadas compósitas e sandwich. Consideraram-se elementos de casca degenerada, nos quais foram implementadas as teorias de deformação de corte de 1ª e 3ª ordens e ainda a teoria layerwise. O comportamento inelástico dos materiais foi tido em conta, através duma formulação elasto-plástica. O critério utilizado foi o de Huber-Mises, tendo sido comparado com um critério alternativo. Foram ensaiadas estruturas isotrópicas e laminadas e comparado o desempenho das teorias de deformação.

Foram realizados ensaios de flexão em três pontos em vigas sandwich, com peles de compósito e núcleo de espuma polimérica, e apresentados os resultados para diferentes comprimentos de viga. Para um desses comprimentos ( $L=160$  mm), foram comparados os resultados numéricos e experimentais. Registou-se uma razoável concordância entre estes resultados, sendo de realçar a proximidade entre os resultados da teoria layerwise e os resultados experimentais. Nos restantes ensaios, verifica-se que, para os exemplos considerados, as teorias estudadas apresentam valores muito próximos. A razão deste facto pode residir na não consideração, nestes ensaios, da não linearidade geométrica. Regista-se, também, a capacidade dos elementos para simular, em simultâneo, vigas espessas, placas e cascas, finas ou espessas. A inclusão do comportamento inelástico do núcleo torna-se relevante, e consegue-se evidenciar o efeito da sua baixa tensão de cedência.

Realizou-se ainda um ensaio de tracção em compósitos termoplásticos e comparou-se os resultados experimentais com a teoria de 1ª ordem, sendo a concordância muito boa. Estes modelos permitem, assim, aproximar com boa qualidade, os resultados experimentais dos novos compósitos termoplásticos, chamados de compósitos da nova geração, bem como laminados sandwich cujo

núcleo possua um comportamento elasto-plástico.

## REFERÊNCIAS

- Francisco, J., Relatório de ensaios de tracção, INEGI, 1995
- Martins de Brito, F.J.M., Caracterização do comportamento dos plásticos reforçados com vista a aplicações estruturais, Tese de Especialista, LNEC, 1985, (3 volumes)
- Yoon, K.J. e Sun C.T., Characterization of elastic-viscoplastic properties of an AS4/PEEK thermoplastic composite, Journal of Composite Materials, Vo. 25, pag. 1277-1296, 1991
- Sloan, F. e Nguyen, H., Mechanical characterization of extended-chain polyethylene (ECPE) fiber-reinforced composites, Journal of Composite Materials, Vo. 29, pag. 2092, 2107, 1995
- Gibson, L.J., Ashby, M.F., Cellular solids, Pergamon Press, 1988
- Pecault, F., Tese de Doutoramento, ENSAM, 1996
- Hill, R., The mathematical theory of plasticity, Oxford University Press, 1950
- Owen, D.R.J., Hinton, E., Finite Elements in Plasticity, Pineridge Press, 1980
- Figueiras, J.A., Ultimate load analysis of Anisotropic and Reinforced Concrete plates and shells, Ph. D. Thesis, c/ph/72/83, University College of Swansea, 1983.
- Sun, C.T. e Chen, G., Elastic-plastic finite element analysis of thermoplastic composite plates and shells, AIAA Journal, Vo. 30, nº 2, pag. 513-518, 1992
- Ahmad, S., Irons, B. M. e Zienkiewicz, O.C., Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements, Int. J. Num. Meth. Eng., vol. 2, pag. 419-451, 1970.
- Ferreira, A.J.M., César de Sá, J., Marques, A.T., A degenerated shell element for the static linear analysis of sandwich structures, ICCM-9, Madrid, 1993
- Maker, B., Ferez, R., Hallquist, J., NIKE3D-A Nonlinear, Implicit, Three-Dimensional Finite Element Code for Solid and Structural Mechanics, LLNL, U.S.A., 1991
- Zienkiewicz, O. C., The Finite Element Method, McGraw-Hill, 1999

