

# PREVISÃO DO MÓDULO DE RUPTURA À FLEXÃO EM TORAS DE EUCALYPTUS SP PELO ENSAIO DE VIBRAÇÃO TRANSVERSAL

Carreira, M. R.<sup>1</sup>; Molina, J.C.<sup>2</sup>; Calil Jr, C.<sup>2</sup>; Dias, A. A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Coordenação de Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná

<sup>2</sup>Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo



## RESUMO

O Eucalyptus sp é a madeira de reflorestamento mais abundante no Brasil. A grande disponibilidade, o preço competitivo e as boas propriedades mecânicas estão contribuindo para a utilização estrutural do Eucalyptus sp em substituição às madeiras nativas. Todavia, para a utilização do eucalipto roliço como elemento estrutural é importante avaliar as propriedades mecânicas das toras tanto por inspeção visual quanto por ensaios mecânicos. O objetivo deste trabalho foi testar a técnica de vibração transversal na avaliação do módulo de ruptura na flexão (MOR) de toras. Foram realizados ensaios de vibração transversal e flexão estática em 36 toras de Eucalyptus sp. Foi obtido um coeficiente de correlação  $R^2=0,71$  entre o módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{VT}$ ) e o MOR. Esse resultado leva a crer que, a princípio, a técnica de vibração transversal não seja capaz de fornecer estimativas confiáveis do MOR de toras de madeira para fim de dimensionamento. Contudo, a técnica mostrou-se útil para a seleção das melhores toras em um determinado lote.

## 1 - INTRODUÇÃO E OBJETIVO

As toras de madeira destinadas às aplicações estruturais devem ser inspecionadas para verificar se as mesmas possuem propriedades mecânicas adequadas para resistir aos esforços impostos pelo carregamento de serviço da estrutura.

A inspeção visual é a técnica mais antiga de Avaliação Não-Destrutiva de elementos estruturais de madeira. Entretanto, não é aconselhável empregar somente essa técnica na avaliação da qualidade estrutural das toras visto a impossibilidade de examinar a integridade interna das mesmas e à baixa sensibilidade das propriedades mecânicas desses elementos às características observadas na inspeção visual.

Por esses motivos é recomendável combinar o exame visual com outra técnica de Avaliação Não-Destrutiva (AND) de forma a suprir essas deficiências.

Estimativas mais confiáveis das propriedades de resistência das toras são obtidas quando a resistência mecânica é correlacionada com o módulo de elasticidade na direção das fibras (E).

A rigidez à flexão das toras pode ser determinada diretamente por meio do ensaio de flexão estática de acordo com a norma ASTM D1036 (1999) ou pode ser estimada por meio de ensaios dinâmicos como emissão ultra-sônica, *stress wave*, ou vibração transversal.

A técnica de vibração transversal tem sido muito empregada na AND de peças de

madeira serrada especialmente pela forte aderência entre o modelo físico do fenômeno e o correspondente modelo teórico matemático (Ballarin *et al*, 2002).

Nos Estados Unidos, a técnica de vibração transversal é utilizada para a avaliação do módulo de elasticidade da madeira desde a década de 60 (Pellerin, 1965). Devido às boas correlações obtidas na avaliação do E essa técnica passou a ser muito utilizada e foi necessária a elaboração da norma ASTM D6874 (2003) que regulamenta o método de ensaio para a avaliação não-destrutiva de elementos estruturais de madeira serrada por meio da técnica de vibração transversal.

Alguns pesquisadores investigaram a aplicação dessa técnica na avaliação da rigidez de toras de madeira (Chui *et al*, 1999; Wang *et al*, 2002; Green *et al*, 2004) e encontraram boas correlações entre o módulo de elasticidade dinâmico e estático.

O objetivo deste trabalho foi testar a técnica de vibração transversal na avaliação do módulo de ruptura na flexão (MOR) de toras de *Eucalyptus sp*

## 2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A equação de equilíbrio (Clough e Penzien, 1995) de uma viga de Bernoulli, em vibração transversal livre é mostrada na Eq. (1).

$$m(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ E_{VT} I(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (1)$$

onde  $m(x)$  é a massa por unidade de comprimento;  $v(x,t)$  é o deslocamento transversal da viga;  $E_{VT}$  é o módulo de elasticidade;  $I(x)$  é o momento de inércia da seção transversal;  $x$  é a coordenada na direção longitudinal da viga, e  $t$  o tempo.

A solução da Eq. (1), em  $E_{VT}$ , para uma viga prismática é:

$$E_{VT} = \frac{(2\pi)^2 f^2 \rho A L^4}{(\lambda)^4 I} \quad (2)$$

onde  $E_{VT}$  é o módulo de elasticidade ( $N/m^2$ ),  $f$  a frequência natural do 1º modo de vibração (Hz),  $\rho$  a densidade do material ( $kg/m^3$ ),  $A$  a área de seção transversal ( $m^2$ );  $L$  o comprimento da viga (m),  $\lambda = 3,1416$  para suspensão bi-apoiada ou 4,7300 para suspensão livre-livre e  $I$  o momento de inércia da seção transversal ( $m^4$ ).

A condição de suspensão livre-livre é mais fácil de ser alcançada na prática (Allemang e Brown, 2002.) e isso pode ser conseguido suspendendo as toras com materiais flexíveis o bastante para que as frequências dos modos de corpo rígido sejam inferiores a 1/10 da frequência do primeiro modo de deformação (Allemang e Brown, 2002). Segundo Chui *et al* (1999), e essa condição for alcançada, a posição do sistema de suspensão pouco afetará as frequências naturais. Para minimizar a influência do sistema de suspensão na frequência do primeiro modo de deformação da viga, é usual suspende-la pelos pontos nodais desse modo.

Quando os efeitos do esforço cortante foram desprezíveis e a conicidade das toras for pequena, ou ainda quando a aplicação das toras exigir seu torneamento, como no caso de *log homes*, a avaliação do módulo de elasticidade pela técnica de vibração transversal pode ser feita com boa exatidão empregando-se diretamente a Eq. 2 como mostra o estudo desenvolvido por Green *et al* (2004) no qual encontrou-se para o coeficiente de determinação entre o módulo de elasticidade estático ( $E_{Stat}$ ) e o módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{VT}$ ) um  $R^2=0,95$ .

A correlação entre o módulo de elasticidade dinâmico e o MOR foi investigada por Green *et al* (2006) para toras torneadas das espécies *Engelmann spruce-pine* e *fir-lodgepole pine*. Os autores observaram um  $R^2=0,51$  entre o MOR e o  $E_{VT}$ .

Para uma maior precisão na determinação do  $E_{Stat}$ , a variação do momento de inércia da seção transversal das toras ao longo do comprimento pode ser levada em conta no modelo teórico. Isso pode ser feito usando o método proposto por Chui *et al* (1999). Entretanto, para a condição de contorno livre-livre, a inclusão dessa variável torna o problema sem solução analítica

de forma que o módulo de elasticidade só pode ser determinado por método numérico.

Esse tratamento matemático ignora os efeitos da inércia à rotação e do esforço cortante. Entretanto, quando o comprimento da viga for inferior a 20 vezes a sua altura, o efeito do cisalhamento nas frequências naturais passa a ser significativo (Hu e Hsu, 1996). A existência dos efeitos da inércia à rotação e do esforço cortante fazem com que as frequências naturais medidas sejam inferiores às previstas pelo modelo de Bernoulli e, por esse motivo, a Eq. 2 não pode ser utilizada nesses casos.

O modelo de viga de Timoshenko (1938), cuja equação de equilíbrio é mostrada na Eq. 3 computa os efeitos da inércia à rotação e do esforço cortante.

$$E_{VT}I \left( \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \right) - \rho I \left( 1 + \frac{E_{VT}}{\eta G} \right) \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho A \frac{\partial v^2}{\partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{\eta G} \frac{\partial^4 v}{\partial t^4} = 0 \quad (3)$$

onde  $E_{VT}$  é o módulo de elasticidade,  $G$  o módulo de elasticidade transversal,  $v$  o deslocamento perpendicular ao eixo da viga,  $x$  a distância ao longo do comprimento da viga,  $\rho$  a densidade do material,  $A$  a área da seção transversal,  $t$  o tempo,  $I$  o momento de inércia da seção transversal e  $\eta$  o fator de forma da seção transversal.

O desenvolvimento analítico da Eq. 3 resulta em uma equação transcendental cuja solução só pode ser encontrada por método numérico.

A Eq 3 tem o inconveniente de ser mais complexa do que a de Bernoulli, exigindo a medição da frequência de pelo menos dois modos de vibração para a determinação de  $E_{VT}$ . Além disso, essa equação não tem solução exata e há a necessidade de empregar métodos iterativos para obter uma solução aproximada (Íñiguez Gonzáles *et al*, 2007).

Uma alternativa é corrigir o  $E_{VT}$  obtido pelo modelo de Bernoulli para levar em conta os efeitos do esforço cortante e da inércia à rotação. Essa correção, para o caso de suspensão livre-livre, pode ser feita empregando-se a equação aproximada proposta por Goens (1931) (Eq. 4).

$$E_{VT,G} = \frac{E_{VT}}{T} \quad (4)$$

$$T = 1 + 2A(\lambda)^2 \phi^2 + 4(A - 2B)(\lambda)\phi - \frac{(A^2 - B^2)(\lambda)^4}{1 + 2A(\lambda)^2} \quad (5)$$

$$A, B = \frac{1}{2} \frac{i^2}{L^2} \left( \frac{E}{\eta G} \pm 1 \right) \quad (6)$$

onde  $E_{VT}$  é o módulo de elasticidade obtido com o modelo de Bernoulli ( $N/m^2$ );  $E_{VT,G}$  é o módulo de elasticidade corrigido ( $N/m^2$ );  $\phi = 0,9825$ ;  $\eta$  é o fator de forma da seção transversal;  $L$  é o comprimento da viga (m);  $G$  é o módulo de elasticidade transversal ( $N/m^2$ );  $i$  é o raio de giração (m) e  $\lambda=4,73$ .

### 3 - MATERIAIS E MÉTODOS

Para a realização deste trabalho foram coletadas, no estado de Minas Gerais – Brasil, 36 toras de *Eucalyptus sp* com comprimento de 2m e diâmetro médio variando entre 12 cm e 24 cm. As toras chegaram no laboratório com elevado teor de umidade, sendo submetidas ao processo de secagem ao ar livre por 25 dias antes da realização dos ensaios.

#### 3.1 - Ensaio de vibração transversal

Foi adotada a condição livre-livre e, para tanto, as toras foram suspensas por duas cordas de Nylon com ¼” (6,3 mm) de diâmetro e com comprimento de 1,12 m as quais foram fixadas em um pórtico metálico. A Fig.1 mostra o esquema do ensaio.

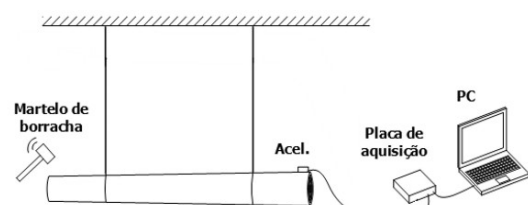


Fig. 1 – Ensaio de vibração transversal.

Para minimizar a influência da rigidez do sistema de suspensão nas frequências naturais, as cordas foram posicionadas nos pontos nodais do primeiro modo, considerando as toras como vigas prismáticas.

Antes do ensaio dinâmico, a massa das toras foi medida com uma balança digital com resolução de 5 g.

Para a medição das frequências naturais foi fixado um acelerômetro em uma das extremidades das toras. O acelerômetro foi ligado a um sistema de aquisição de dados de ensaios dinâmicos.

Para excitar a vibração, foi desferido um golpe vertical com um martelo de borracha na extremidade oposta à do acelerômetro. Foram realizadas três medições das frequências em cada tora e determinada a média aritmética das mesmas.

No cálculo dos módulos de elasticidade estático e dinâmico, as toras foram consideradas como vigas cilíndricas com diâmetro igual à média aritmética dos diâmetros as duas extremidades das toras.

O módulo de elasticidade aparente foi calculado pela Eq. 2 e foi aplicada a correção da Eq. 4 para levar em conta os efeitos do esforço cortante e da inércia à rotação.

### 3.2 - Ensaio de flexão estática

Após a execução do ensaio dinâmico, foi realizado o teste de flexão estática em três pontos com vão livre de 1,8 m. Para tanto foi usado um pórtico metálico com capacidade para 350 kN, um cilindro com capacidade para 200 kN e um anel dinamométrico com capacidade de 250 kN.

O ensaio de flexão estática foi conduzido aplicando-se uma força crescente na metade do comprimento das toras até as mesmas atingirem a ruptura. O MOR foi calculado pela Eq 8.

$$MOR = \frac{8PS}{\pi D^3} \quad (8)$$

Onde MOR é o módulo de ruptura na flexão (N/m<sup>2</sup>); P é a força última (N); S é a distância entre apoios (m); D é o diâmetro médio das toras (m).

### 3.3 - Determinação do teor de umidade

Após os ensaios mecânicos, foi retirado um corpo-de-prova de cada tora para a determinação do teor de umidade médio de

acordo com o método de ensaio da NBR 7190 (1997).

## 4 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 - Teor de umidade

O teor de umidade médio das toras no momento dos ensaios foi de 26,5%.

### 4.2 - Correlação entre E<sub>VT</sub> e MOR

Para fins de previsão do módulo de ruptura à flexão a partir do E<sub>VT</sub> foi ajustado um modelo de regressão linear entre essas duas propriedades cujo gráfico é mostrado na Fig. 2.

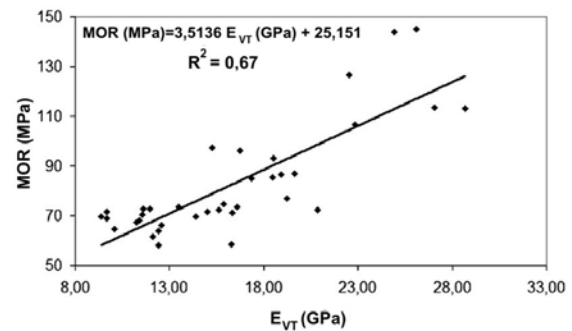


Fig. 2 – Correlação entre MOR e E<sub>VT</sub>.

A verificação da validade do modelo ajustado foi feita por meio da análise de variância (ANOVA). Sendo que inicialmente foram verificadas as suposições do modelo com relação aos resíduos como variância constante, distribuição normal e média zero. Essas suposições foram confirmadas como mostram os gráficos das figuras 3 e 4 nos quais se observam respectivamente a variância aproximadamente constante e a distribuição normal dos resíduos.

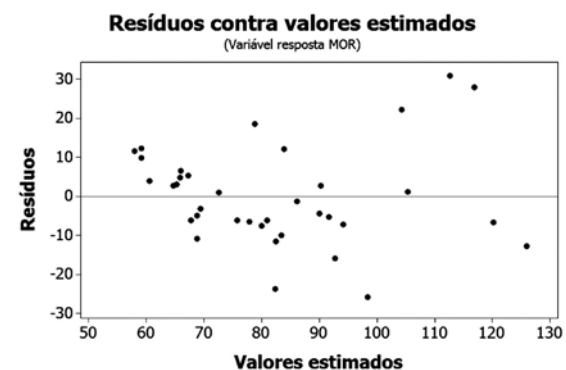


Fig. 3 – Gráfico dos resíduos contra valores estimados.

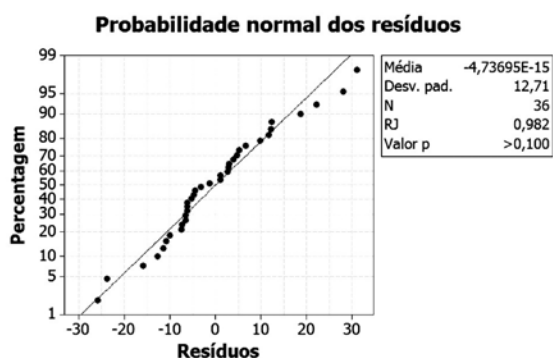


Fig. 4 – Gráfico de probabilidade normal dos resíduos.

Uma vez confirmadas as suposições do modelo foi construída a tabela de ANOVA (Tabela 1).

Tabela 1 – Tabela de ANOVA.

Erro	gl	SQ	MQ	F
Regressão	1	11632,3	11632,3	69,9
Resíduo	34	5653,7	166,3	
Total	35	17286,0		

Da tabela de distribuição F tem-se que  $F_{0,05;1;34} = 4,13$ . Então, de acordo com os dados, a um nível de significância  $\alpha = 0,05$ , pode-se afirmar que existe evidência estatística de que a proporção da variância total explicada pela equação  $MOR (MPa) = 3,5136 E_{VT}(GPa) + 25,151$  é altamente significativa e que o modelo pode representar a relação entre  $E_{VT}$  e MOR. Observa-se uma significativa dispersão dos pontos e um coeficiente de determinação relativamente baixo.

## 5 - CONCLUSÕES

Foi encontrado para a correlação entre  $E_{VT}$  e MOR um coeficiente  $R^2=0,67$ . Embora o coeficiente de determinação encontrado seja maior do que o observado por Green *et al* (2006), o valor obtido é relativamente baixo e a dispersão dos pontos no diagrama da Fig 2 é elevada. Dessa maneira acredita-se que, para fins de dimensionamento, não seja possível fazer estimativas confiáveis do módulo de ruptura à flexão de toras, a partir do módulo de elasticidade avaliado com a técnica de vibração transversal. Contudo, a técnica de

vibração transversal pode ser empregada como um método de estimativa da resistência mecânica para a finalidade de seleção das melhores toras de um lote

## 6- REFERÊNCIAS

- Allemang, R.J. and Brown, D. L. 2002. Experimental Modal Analysis. In: Harris, C.M.; Piersol, A.G. Harris' shock and vibration handbook. 5 ed. New York: McGraw-Hill. Chapter 21, pp. 21.1-21.72.
- ASTM D 1036: Standard Test Methods of Static Tests of Wood Poles. 1999. Annual Book of ASTM Standards, ASTM International, West Conshohocken, PA.
- ASTM D 6874: Standard Test Method for nondestructive Evaluation of Wood-Based Flexural Members Using Transverse Vibration. 2003. Annual Book of ASTM Standards, ASTM International, West Conshohocken, PA.
- Ballarin, A. W., Targa, L. A., Palma, H. A. L. 2002. "Ensaio não-destrutivo de vibração transversal na avaliação do módulo de elasticidade de madeiras de reflorestamento"; VIII Encontro Brasileiro em Madeiras e Estruturas de Madeira, Uberlândia-MG.
- Chui, Y. H., Barclay, D. W. and Cooper, P. A. 1999. "Evaluation of Wood Poles Using a Free Vibration Technique". Journal of Testing and Evaluation, Vol. 27, N. 3, pp. 191-195.
- Clough, R. W. and Penzien, J. 1995. Dynamics of Structures, Computers & Structures, Berkeley, 3ª ed.
- Goens, E. 1931. "Über die Bestimmung des Elastizitäts moduls von Stäben mit Hilfe von Biegungsschwingungen". Annalen der Physik, Vol 403, Issue 6, pp 649-678.
- Green, D.W., Gorman, T.M., Evans, J.W. and Murphy. 2004. J.F. "Improved grading system for structural logs for log homes", Forest Products Journal, Vol. 54, N. 9.
- Green, D. W. , Gorman, T. M. , Evans, J. W. and Murphy, J. F. 2006. "Mechanical Grading of Round Timber Beams". Journal of Materials in Civil Engineering, January/February edition, American Society of Civil Engineers.
- Hu L.J.; Hsu, W.E. 1996. "Implementation of Transverse Simple Beam Vibration Technique to Determine MOE for Wood

- Based Materials: Accuracy, Comparability, and Limitations” , 10th International Symposium on Non-Destructive Testing of Wood, Lausanne, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.. pp. 227–235.
- Íñiguez Gonzáles, G.; Arriaga Martitegui, F.; Esteban Herrero, M. 2007. “Los Métodos de Vibración Como Herramienta No Destructiva Para La Estimación de las Propiedades Resistentes de la Madera Aserrada Estructural”, Informes de la Construcción, Vol. 59, N. 506. pp. 97-105. ISSN: 0020-0883.
- NBR 7190. 1997. Projeto de Estruturas de Madeira. Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT. Rio de Janeiro - RJ, 1997
- Pellerin, R.E. 1965. “A vibrational approach to nondestructive testing of structural lumber.” Forest Products Journal , Vol.15, N. 3, pp. 93-101.
- Timoshenko, S. 1938. Vibration problems in engineering. 2<sup>a</sup> ed, John Wiley & Sons, New York.
- Wang, X; Ross, R.J.; Mattson J. A. ; Erickson, J.R.; Forsman, J.W.; Geske. ; Wehr, M. A. 2002. Nondestructive evaluation techniques for assessing modulus of elasticity and stiffness of small-diameter logs. Forest Products Journal. v. 52, n. 2. p. 79-85.