

# INTERFEROMETRIA HOLOGRÁFICA COM REGISTO ELECTRÓNICO DE HOLOGRAMAS DE FRESNEL

Chousal, José A.G.<sup>1</sup>, Vaz, Mário A.P.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Assistente da FEUP

<sup>2</sup>Professor Auxiliar da FEUP

Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto



## RESUMO

*Neste trabalho é utilizado um detector de CCD para registar hologramas de Fresnel. A reconstrução dos hologramas é efectuada numericamente recorrendo ao cálculo de transformadas de Fourier. São também obtidos padrões de interferência por correlação de pares de hologramas. Dos padrões de interferência é calculada a deformada do objecto a partir da obtenção da distribuição espacial de fase.*

## 1 - INTRODUÇÃO

A Holografia é uma técnica óptica com a qual se pode gravar e reconstruir toda a informação contida numa frente de onda. Para a gravação da distribuição espacial de fase da frente de onda recorre-se à sua interferência com uma frente de onda coerente da qual resultam variações de amplitude. Desta forma é possível utilizar detectores quadráticos para registar, quer a amplitude, quer a fase. A reconstrução integral da frente de onda gravada é obtida fazendo incidir no holograma a frente de onda utilizada como referência durante a gravação. A frente de onda resultante é em tudo idêntica à original e resulta da difracção da radiação incidente na microestrutura do holograma.

Uma característica importante do suporte a utilizar no registo holográfico é a sua resolução a qual deverá ser suficiente

para gravar o padrão de intensidade resultante da interferência entre ambas as frentes de onda. A frequência espacial deste padrão,  $\nu$ , depende do ângulo  $\theta$  entre ambas as direcções de propagação de acordo com a seguinte equação (Mehta, Rampal 1994):

$$\nu = \frac{2 \cdot \sin(\theta/2)}{\lambda} \quad (1)$$

onde  $\lambda$  representa o comprimento de onda da radiação luminosa. As emulsões fotográficas são o suporte vulgarmente utilizado na gravação de hologramas. Com uma resolução que pode alcançar as 5000 linhas/mm, permitem obter registos com elevados valores de  $\theta$ , contudo, implicam uma revelação química húmida algo morosa (alguns minutos por holograma), o que torna o processo incompatível com algumas aplicações.

A substituição das emulsões fotográficas pelos registos em video (Butters, Leendertz 1971), técnica cujas designações mais vulgares são ESPI (*Electronic Speckle Pattern Interferometry*) ou TV-Holografia, permite obter 25/30 (sistema Europeu/Americano) hologramas por segundo sem envolver qualquer processo de revelação ou reposicionamento do holograma. A menor resolução destes detectores (raramente ultrapassando as 50 linhas/mm), obriga a utilizar montagens holográficas em linha em que o ângulo  $\theta$  entre as direcções de propagação de ambas as frentes de onda é inferior a  $1^\circ$  (Leith, Upatnieks 1963). Nesta técnica é necessário um sistema óptico para formar a imagem do padrão de *speckle* na superfície dos objectos sobre a área fotossensível de um detector CCD. A abertura deste sistema óptico deverá ser ajustada por forma a garantir que o padrão de *speckle* é resolvido pelo fotodetector.

O trabalho publicado por Schnards e Jüptner (1994) demonstrou que, dentro de determinados limites, é possível utilizar detectores CCD para gravar hologramas fora do eixo, vulgarmente designados por hologramas de Fresnel. Nesta montagem óptica um detector video é utilizado para registar o padrão de interferência sem recorrer a qualquer lente formadora de imagem. A reconstrução da imagem gravada é efectuada numericamente calculando a transformada de Fourier bi-dimensional dos padrões de interferência. Esta técnica é utilizada neste trabalho para obter hologramas de Fresnel com a inclusão de alguns algoritmos de processamento de imagem com os quais é melhorada a qualidade final dos hologramas.

## 2 - CONFIGURAÇÃO EXPERIMENTAL

### 2.1 - Gravação do holograma

A montagem holográfica utilizada neste trabalho é em tudo idêntica à montagem "fora do eixo" proposta por Leith e Upatnieks (1963). Na figura 1 estão

representados esquematicamente os processos de gravação e reconstrução de um holograma "fora do eixo" quando se utilizam emulsões fotográficas no registo dos hologramas. A montagem óptica utilizada neste trabalho tem uma configuração idêntica à representada mas com a placa holográfica substituída por um fotodetector video. Neste caso foi utilizado um detector CCD com  $760H \times 576V$  pixels, tendo cada elemento uma dimensão aproximada de  $17 \times 11 \mu m$ . A área da zona fotossensível é aproximadamente de  $8,8 \times 6,6$  mm.

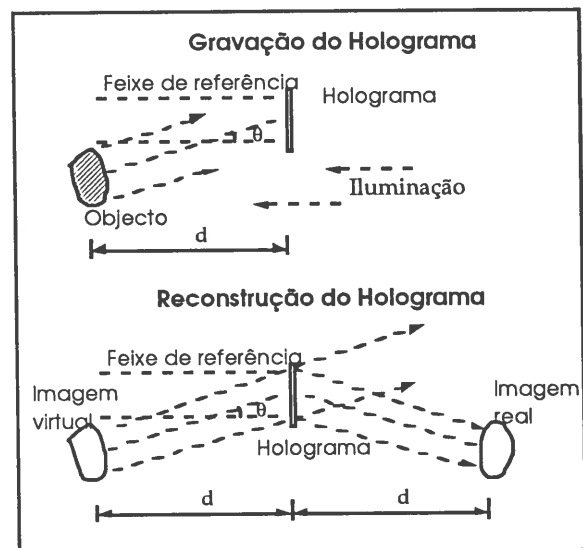


Fig. 1 - Gravação e reconstrução de um holograma de Fresnel.

Para garantir a completa resolução do padrão de interferência pelo detector, um objecto com um diâmetro de 28 mm foi colocado a uma distância  $d$  de 1200 mm. Não foi utilizado nenhum sistema óptico formador de imagem e foram registados hologramas de objectos com superfícies opacas difusas.

Matematicamente, a distribuição de amplitude e fase no plano da imagem real pode ser obtida recorrendo ao integral de Fresnel-Kirchhoff (Hercht 1991). Desta forma, se uma frente de onda plana ilumina um holograma posicionado no plano  $z=0$  e possuindo uma transmitância de amplitude  $t(x,y)$ , do integral de Fresnel-Kirchhoff resulta uma amplitude complexa  $\Gamma(\xi,\eta)$  no plano da imagem real (Das 1991):

$$\Gamma(\xi, \eta) = \frac{i \cdot a}{\lambda \cdot d} e^{-i \frac{\pi}{\lambda \cdot d} (\xi^2 + \eta^2)} \cdot \iint_{(x,y)} t(x,y) \cdot e^{-i \frac{\pi}{\lambda \cdot d} (x^2 + y^2)} \cdot e^{i \frac{2\pi}{\lambda \cdot d} (x\xi + y\eta)} dx dy \quad (2)$$

sendo  $a$  a amplitude da onda incidente. Esta equação é uma aproximação da fórmula exacta e só será válida na condição de:

$$d^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]^2 \quad (3)$$

## 2.2 - Reconstrução da frente de onda gravada

Embora o processo de gravação seja idêntico ao utilizado com as emulsões fotográficas a reconstrução da imagem gravada é obtida de forma diferente. Na técnica em análise a obtenção da frente de onda registada resulta de uma reconstrução numérica efectuada no plano da imagem real. O processo matemático envolvido consiste no cálculo da transformada de Fourier bi-dimensional da amostragem discreta do padrão de interferência efectuado no plano do detector CCD. A intensidade da imagem real é assim obtida a partir da equação (2) calculando o quadrado do módulo da função amplitude complexa, isto é:

$$I(\xi, \eta) = |\Gamma(\xi, \eta)|^2 \quad (4)$$

Por sua vez a função  $\Gamma(\xi, \eta)$  pode ser discretizada amostrando o holograma de transmissão  $t(x, y)$  numa matriz  $N \times M$  pontos. A representação discreta da equação (2) será obtida através da expressão (Yaroslavskii, Merzlyakov 1980):

$$\Gamma(r, s) = e^{-i \frac{\pi}{\lambda \cdot d} (r^2 \Delta \xi^2 + s^2 \Delta \eta^2)} \cdot \sum_{l=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} t(k, l) \cdot e^{-i \frac{\pi}{\lambda \cdot d} (k \Delta x^2 + l^2 \Delta y^2)} \cdot e^{i 2\pi \left( \frac{k \cdot r}{N} + \frac{l \cdot s}{M} \right)} \quad (5)$$

sendo  $\Gamma(r, s)$  a matriz de  $N \times M$  pontos que descreve a distribuição de amplitude e fase da imagem real. Neste caso foi utilizado um sistema de processamento de imagem que amostrava digitalmente a imagem segundo uma matriz de  $512 \times 512$  pontos. Numericamente a equação (5) é uma representação da aproximação de Fresnel em termos de transformada de Fourier discreta pelo que pode ser obtida através de um dos vários algoritmos de FFT conhecidos. Desta forma é possível registar hologramas de Fresnel em detectores electrónicos de imagem desde que a geometria da montagem óptica seja rigorosamente controlada por forma a garantir que o padrão de franjas de interferência é resolvido pelo fotodetector.

Na figura 2 está representado o padrão de franjas de interferência no plano do fotodetector e na figura 3a o resultado obtido após a reconstrução do holograma. A imagem da figura 2 corresponde ao registo no fotodetector (CCD) de uma amostragem discreta da função transmitância  $t(x, y)$  referida na expressão (2). Esta amostragem discreta da função pode ser utilizada na expressão (5) para reconstruir a imagem gravada por cálculo numérico da transformada de Fourier, somatório duplo na mesma expressão (5).

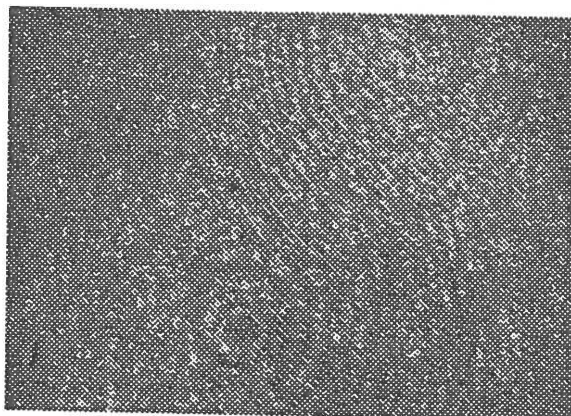


Fig. 2 - Imagem do padrão de interferência registado.

A figura 3a mostra na parte inferior direita a frente de onda proveniente do objecto, no centro aparece o termo de ordem zero e na parte superior esquerda aparece uma mancha, correspondendo à imagem conjugada bastante desfocada. Esta

imagem pode ser focada se fizermos a reconstrução no plano conjugado, como se pode ver na figura 3b. No caso da frequência espacial do padrão de interferência ser superior à resolução do fotodetector pode ser usada uma lente para ampliar a rede. Desta forma é obtido um holograma de Fourier e neste caso as duas imagens aparecem no mesmo plano, figura 4.

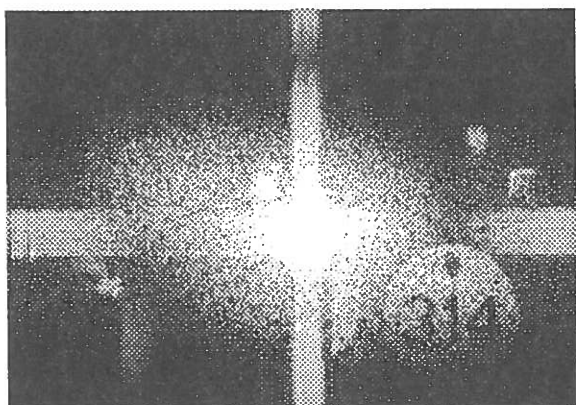


Fig. 3a - Reconstrução numérica do holograma da figura 2.

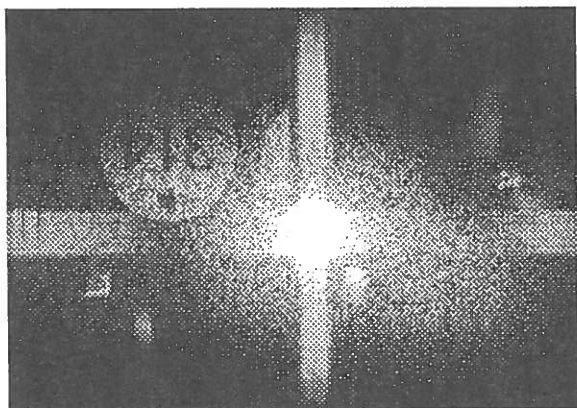


Fig. 3b - Reconstrução da imagem conjugada.

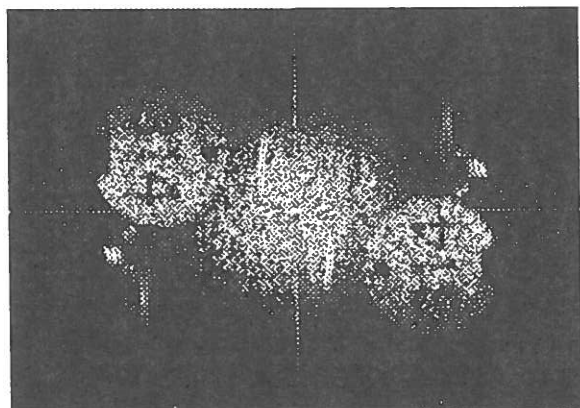


Fig. 4 - Reconstrução de um holograma com ampliação do padrão de interferência por uma lente com ampliação de 1:2.

O facto de o *pixel* do fotodetector não ser quadrado exige uma correcção das dimensões da imagem, para que esta não apareça deformada. Isto pode ser explicado de uma forma simples com o auxílio da figura 5. A figura 5a representa franjas circulares mostradas num dispositivo com *pixel* rectangular. Como a FFT vai ser realizada numa base quadrangular (512x512), o algoritmo processará a imagem do acordo com a sua representação na figura 5b. Desta forma as frequências na direcção vertical irão diminuir por uma sobreamostragem em relação à horizontal. Desta transformada resulta um imagem do tipo mostrado na figura 5c. A reposição do aspecto correcto da transformada é obtida ajustando a dimensão horizontal, figura 5d. Esta alteração dimensional acontece também durante a reconstrução dos hologramas aqui apresentados, pois a operação utilizada é semelhante.

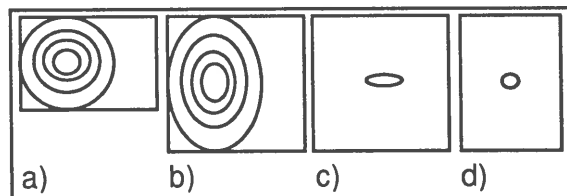


Fig. 5 - Processo de correcção dimensional numa FFT calculada num dispositivo com *pixel* rectangular.

### 3 - OBTENÇÃO DE INTERFEROGRAMAS

A interferometria holográfica permite obter padrões de interferência correlacionando dois ou mais hologramas. Tratando-se de hologramas de um mesmo objecto em duas situações de carregamento distintas é possível, por análise do padrão de franjas de interferência, inferir os deslocamentos induzidos pelo carregamento. Estas técnicas, com grande utilidade na Mecânica Experimental, também podem ser aplicadas com o registo dos hologramas em CCD. Os interferogramas poderão ser obtidos a partir da correlação dos hologramas por adição ou por subtracção.

### 3.1 - Correlação por adição

Existem duas vias para chegar aos padrões de interferência utilizando a correlação por adição:

- somar previamente os dois hologramas, efectuar a transformada de Fresnel e calcular a amplitude, ou
- efectuar a transformada de Fresnel de cada um dos hologramas, calcular a amplitude de cada um e de seguida adicionar essas amplitudes.

A amplitude do interferograma pode ser obtida a partir da amplitude complexa do seguinte modo:

$$A(r,s) = \sqrt{\text{Re}[\Gamma(r,s)]^2 + \text{Im}[\Gamma(r,s)]^2} \quad (6)$$

onde Re e Im representam respectivamente as partes real e complexa da amplitude complexa. A figura 6 mostra um exemplo de franjas de adição obtidas numa membrana metálica carregada por uma carga aplicada no seu centro e perpendicular à sua superfície.

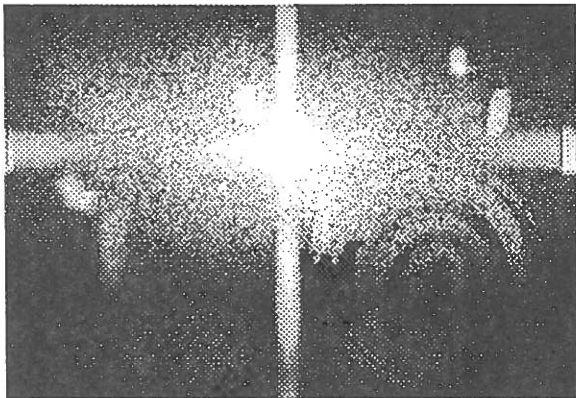


Fig. 6 - Interferograma obtido por adição de dois hologramas.

### 3.2 - Correlação por subtracção

A correlação pode também ser efectuada por subtracção, sendo também válidas neste caso ambas as alternativas possíveis na adição. No entanto as vantagens da subtracção são evidentes comparando as figuras 6 e 7. A diminuição de intensidade do termo de ordem zero, conseguido na

subtracção, permite melhorar o contraste da imagem e obter hologramas que ocupem todo o plano da imagem. É o caso da figura 8 onde se pode ver o objecto das figuras 3 e 4 ocupando toda a imagem. Para realizar esta imagem foram gravados dois hologramas com uma separação temporal, de tal modo que a instabilidade ambiente permitiu uma ligeira diferença entre eles. Deste modo os dois hologramas do mesmo objecto são ligeiramente diferentes e o objecto é visível mesmo após a subtracção. A ampliação do objecto consegue-se aproximando-o do detector CCD, no caso da figura 8 a distância do objecto ao CCD é 65 mm.

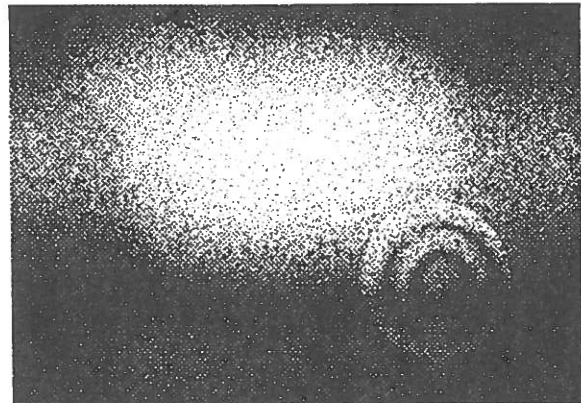


Fig. 7 - Interferograma obtido por subtracção de dois hologramas.

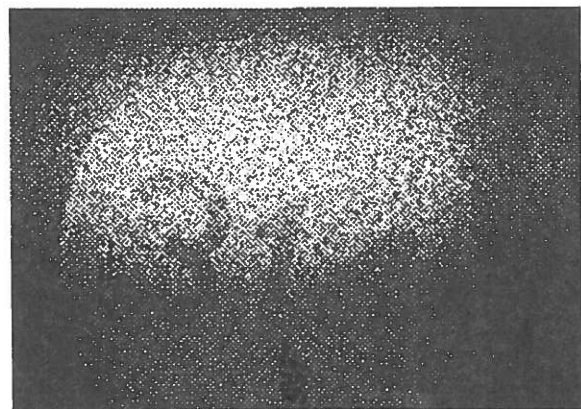


Fig. 8 - Reconstrução com subtracção, do mesmo objecto das figuras 3 e 4, ocupando toda a imagem.

### 3.3 - Correlação em *time average*

Nesta técnica experimental, o holograma é gravado enquanto o objecto vibra sinusoidalmente num dos seus modos próprios de vibração. As franjas de interferência representam pontos com igual amplitude de vibração. A figura 9 apresenta



um dos modos próprios de uma placa circular quando vibra com uma frequência de 12kHz.

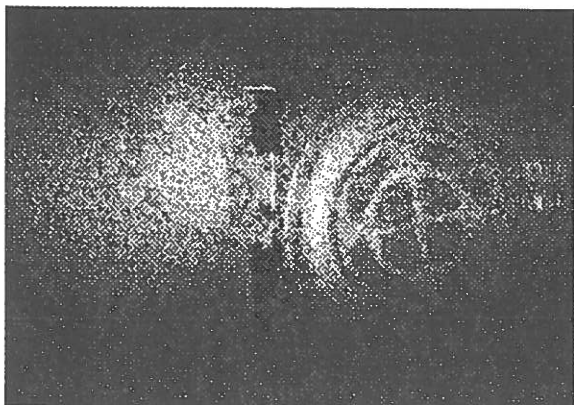


Fig.9 - Interferograma obtido em *time average* quando o objecto vibra a 12kHz.

### 3.4 - Deformada do objecto: determinação da fase

Para obter a forma da deformada do objecto torna-se necessário calcular a fase do interferograma obtido do par de hologramas que registam as duas posições: antes e após a deformação. A distribuição espacial da fase de cada holograma pode ser obtida da amplitude complexa através da seguinte expressão:

$$\phi(r,s) = \tan^{-1} \left[ \frac{\text{Im}[\Gamma(r,s)]}{\text{Re}[\Gamma(r,s)]} \right] \quad (7)$$

Desta forma cada uma das posições do objecto é caracterizada por uma distribuição de fase que representa a posição do objecto mais uma distribuição de fase aleatória resultante do speckle. Ao subtraírmos as distribuições obtidas para as duas posições do objecto eliminamos a distribuição aleatória, uma vez que esta se mantém constante. O resultado obtido corresponde à variação de fase da frente de onda proveniente do objecto devida à sua deformação. O resultado desta subacção deverá ser mantido entre 0 e  $2\pi$ . A figura 10 mostra a obtenção da fase entre dois estados distintos da membrana das figuras 6 e 7.

Rotinas de processamento de imagem podem ser utilizadas para eliminar os

pontos sem informação, que constituem ruído no mapa de fase. Obtem-se assim um mapa de fase com descontinuidades que são devidas às assintotas da função tangente. Estas descontinuidades podem ser eliminadas por aplicação de um algoritmo de desembrulhar (*unwrapping*) a cada um dos mapas de fase. Contudo a presença de ruído nos mapas de fase induz erros intoleráveis na deformada do objecto pelo que é necessária a sua filtragem antes de eliminar os saltos de fase.

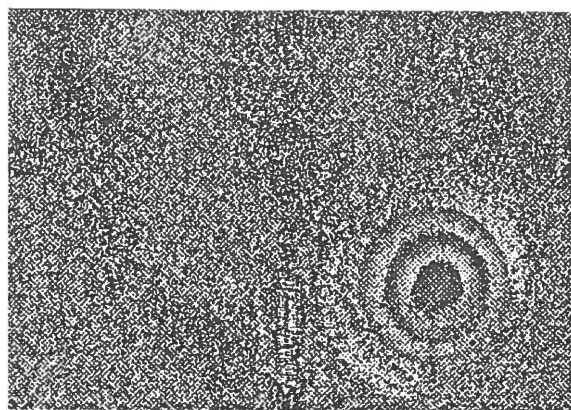


Fig. 10 - Fase obtida por subtracção, modulo  $2\pi$ , de duas distribuições de fase correspondentes a posições distintas do objecto.

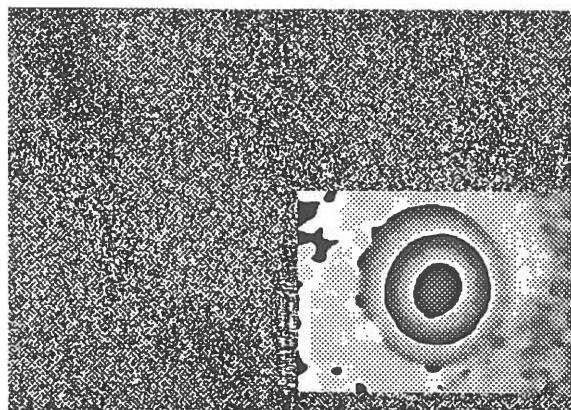


Fig. 11 - Filtragem da fase obtida por iteração, Gu *et al* (1994).

A filtragem com utilização de um filtro de mediana é um dos processos possíveis. Este filtro tem a particularidade de manter os saltos de  $2\pi$  que caracterizam os mapas de fase. Outro processo consiste no recurso a um método iterativo baseado no cálculo de novas franjas a partir da fase obtida em cada iteração. Este método permite recalculer a fase e como foi demonstrado por Gu *et al* (1994) converge para a solução do problema. A imagem

apresentada na figura 11 foi obtida usando este método.

Com a informação contida na imagem da figura 11 é possível desembrulhar a fase usando um qualquer algoritmo de *unwrapping* que adiciona ou subtrai múltiplos de  $2\pi$  sempre que detecte saltos maiores que  $\pi$  entre pontos adjacentes. A figura 12 mostra uma representação 3D da distribuição espacial da fase.



Fig. 12 - Levantamento tridimensional da deformada da membrana.

#### 4 - CONCLUSÕES

Em relação ao trabalho apresentado por Schnards e Jüptner (1994) pensamos ter obtido resultados com melhor contraste utilizando um detector CCD com 1/4 da resolução e com o inconveniente adicional de ter o *pixel* rectangular.

Esta técnica de gravação de hologramas permite um método de determinação da fase que relativamente aos métodos vulgarmente utilizados (envolvendo três ou mais imagens) reúne algumas vantagens muito importantes, das quais se destacam:

- a simplicidade da montagem utilizada, é de fácil alinhamento e bastante estável dado envolver poucos componentes ópticos,
- um só interferograma (2 imagens) permite obter a deformada do objecto.

Relativamente ao último ponto podemos referir que a técnica de *phase-shift* exige que no mínimo sejam gravados

3 interferogramas, o que aumenta a sensibilidade a perturbações ambientais e exige também mais espaço de armazenamento em memória para o processamento das imagens que permite calcular a fase. Outra técnica possível resulta da introdução duma portadora (*carrier*), a qual permite obter a distribuição de fase a partir de um só interferograma, no entanto é necessário controlar com rigor a portadora introduzida. A natureza *speckle* destas técnicas não permite resultados aceitáveis com elevadas frequências espaciais pelo que a frequência da portadora a introduzir é sempre limitada.

Finalmente pode dizer-se que com o aumento da resolução dos CCD esta técnica pode vir a revelar-se de grande aplicação num futuro próximo. Refira-se também a nova geração de placas de processamento de imagem que cada vez mais recorrem ao uso de integrados DSP (*Digital Signal Processing*) os quais permitem acelerar o processamento das imagens, permitindo fazer variadas tarefas em tempo real. Com estas melhorias, transformadas de Fourier 512x512 podem ser realizadas actualmente em cerca de 2 segundos e preve-se que tal velocidade venha a aumentar. Com estas perspectivas de evolução é previsível que processamento do tipo apresentado neste artigo venha a poder ser feito em tempo real.

#### REFERÊNCIAS:

- Butters, J. N., Leendertz, J. A., "Holographic and Video Techniques Applied to Engineering Measurements", J. Meas. Control, Vol. 4, pp 349-354, 1971.
- Das, P. " Laser and Optical Engineering", Springer, New York, 1991.
- Gu, J., Hung, Y. Y., Chen, F., " Iteration algorithm for computer-aided speckle interferometry", Applied Optics, Vol. 33, nº 23, pp. 5308-5317, 1994.

- Hecht, E., " Óptica ", (tradução de Rebordão, J.M. ) Fundação Caloust Gulbenkian, 1991.
- Leith, E. N., Upatnieks J., " Wavefront Reconstruction with Continuous-Tone Objects ", Journ. of the Opt. Soc. of America, Vol. 53, nº 12, pág. 1377-1381, 1963.
- Mehta, P. C., Rampal, V. V., " Lasers and Holography ", (World Scientific, Singapore 1994), Chap. 4, p. 282.
- Schnards, U., Jüptner, W., " Direct Recording of Holograms by a CCD Target and Numerical Reconstruction ", Applied Optics, Vol. 33, nº 2, pp. 179-181, 1994.
- Yaroslavskii, L. P., Merzlyakov, N. S., " Methods of Digital Holography ", Consultants Bureau, New York and London, 1980.