

ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS DO ENSAIO ECT (*EDGE CRACK TORSION*) PARA DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE FRACTURA DA MADEIRA *Pinus Pinaster Ait.* EM PURO MODO III

M.A.L. Silva¹, M.F.S.F. de Moura², J.J.L. Morais¹

¹ CETAV/UTAD, Quinta de Prados, 5000-911 Vila Real, Portugal. Email: mlsilva@utad.pt, jmorais@utad.pt.

² DEMEGI, FEUP, 1, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto, Portugal. Email: mfmoura@fe.up.pt.

RESUMO

Neste trabalho foi realizado uma análise por elementos finitos do ensaio “Edge Crack Torsion” ECT, com o objectivo de determinar a taxa crítica de libertação de energia em modo III (G_{IIIc}) para a madeira da espécie resinosa *Pinus pinaster* Ait. e para o sistema de propagação RL. Numa primeira abordagem deste estudo, recorreu-se a uma adaptação do Método de Fecho Virtual de Fenda (VCCT), para determinar a distribuição das componentes de libertação de energia (G). A metodologia usada para tratamento dos resultados numéricos foi baseada no Método de Calibração da Flexibilidade (MCF). Por último pode-se concluir que o ensaio ECT é adequado para a obtenção de G_{IIIc} , na madeira de *Pinus pinaster*.

1 - INTRODUÇÃO

A madeira é um material ortotrópico com três planos de simetria na sua estrutura anatómica, definidos pela direcção longitudinal (L) das fibras, pela direcção radial (R) dos anéis de crescimento e pela direcção tangencial (T) aos anéis de crescimento (ver figura 1).

O aumento substancial das aplicações estruturais da madeira conduz a uma necessidade de adquirir um conhecimento profundo acerca do comportamento à fractura deste material, caracterizado pelas taxas de libertação de energia em modo I (G_I), em modo II (G_{II}) e em modo III (G_{III}).

O carácter ortotrópico da madeira exige a determinação das taxas críticas de libertação de energia para cada um dos modos supra

citados e para os sistemas de propagação LR, LT, RT, RL, TL e TR, indicando a primeira letra a direcção normal ao plano da fenda e a segunda letra a direcção de propagação da fenda (Smith *et al.*, 2003). O modo I de propagação de fendas tem sido objecto de estudo de vários autores (Lars, 2001; Reiterer *et al.*, 2002; Ribeiro *et al.*, 2004; Silva *et al.*, 2004), sendo o ensaio *Double Cantilever Beam* (DCB) o mais utilizado para a determinação da taxa crítica de libertação de energia neste modo.

Wu (1963) procedeu à determinação dos factores de intensidade de tensão em modo II (K_{IIc}) para a espécie de madeira Balsa. Barrett e Foschi (1977), averiguaram as relações existentes entre os factores de intensidade de tensão (K_{IIc}), a geometria do provete e a força aplicada, de forma a deter-

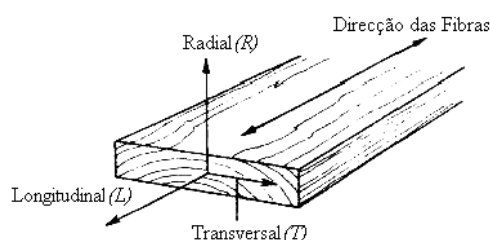


Fig 1 - Direcções de simetria material da madeira.

minar o factor de intensidade de tensão crítico em puro modo II. Para a determinação de K_{IIc} , Barrett propôs o ensaio *End Notched Flexure* (ENF). Russell e Street (1982) desenvolveram uma solução para a determinação da taxa crítica de libertação de energia em modo II (G_{IIc}), baseada na teoria das vigas elementar. Contudo, esta apresenta como desvantagem o facto de subestimar o valor de G_{IIc} .

Yoshihara e Ohta (2000), examinaram a validade do ensaio ENF para a determinação de G_{IIc} , para a espécie *Tsuga heterophylla* Sarg., concluindo que é adequado para a determinação desta propriedade de fractura.

Silva *et al.* (2004), estudaram a adequabilidade do ensaio ENF para a determinação de G_{IIc} para a madeira de *Pinus pinaster*. Os autores concluíram que o atrito tem um efeito desprezável no valor de G_{IIc} . Verificaram também que importantes variações da resistência ao corte não apresentavam influência marcante nas curvas $P-\delta$.

Devido à complexidade de execução experimental e de simulação numérica dum ensaio de modo III, são conhecidos poucos estudos relativamente a este modo de fractura na madeira (Ehart *et al.*, 1998). Contudo este tem vindo a ser objecto de estudo no âmbito dos materiais compósitos. Donaldson *et al.* (1988) propuseram o ensaio *Split Cantilever Beam* (SCB) com o objectivo de determinar a taxa crítica de libertação de energia em puro modo III (G_{IIIc}) em laminados unidireccionais de carbono/epóxico. Contudo este ensaio é caracterizado por uma forte predominância do modo II, na distribuição da taxa de libertação de energia na frente da fenda.

Cicci *et al.* (1995) propuseram uma nova técnica para a execução do ensaio SCB, de forma a diminuir o efeito do modo II na frente de fenda, que passava por um novo dispositivo de ensaio e uma nova forma de aplicação do carregamento. Esta abordagem diminuiu o efeito do modo II, embora essa redução não seja suficiente para se afirmar que o provete SCB é adequado para determinar as propriedades de fractura de um material em puro modo III.

Lee (1993) apresentou o provete *Edge Crack Torsion* (ECT) para determinar G_{IIIc} em laminados multidireccionais de carbono/epóxico. Este ensaio apresenta melhores resultados em comparação com o ensaio SCB, no que diz respeito ao efeito do modo II na distribuição das componentes de G na extremidade da fenda.

Neste trabalho foi efectuada uma análise por elementos finitos do provete ECT com o objectivo de verificar a sua adequabilidade para a determinação da taxa crítica de libertação de energia (G_{IIIc}) para a madeira de *Pinus pinaster* e para o sistema de propagação RL. O modelo de elementos finitos elaborado é constituído por elementos sólidos tridimensionais de oito nós, do software comercial ABAQUS®, e por elementos finitos de interface previamente desenvolvidos (de Moura *et al.*, 1997; Gonçalves *et al.*, 2000). Os elementos finitos de interface incluem na sua formulação um modelo de dano progressivo em modo misto (I, II, III), baseado no uso indirecto da Mecânica da Fractura, que permite simular a iniciação e a propagação da fenda (Gonçalves *et al.*, 2000). Numa primeira abordagem deste estudo recorreu-se a uma adaptação do Método de Fecho Virtual de Fenda, (ou VCCT – *Virtual Crack Closure Technique*), para obter os perfis de distribuição das taxas de libertação de energia (G) na extremidade da fenda. O valor de G_{IIIc} foi obtido a partir dos valores numéricos de $P-\delta-a$ e recorrendo a uma metodologia de tratamento de resultados baseada no MCF.

2 - O ENSAIO ECT

O objectivo do modelo numérico elaborado consiste em estudar a adequabilidade da geometria proposta para o provete ECT, de forma a obter a taxa crítica de libertação de energia em modo III. Como é descrito em pormenor por de Moura *et al.* (1997) e Gonçalves *et al.* (2000), G_{Ic} , G_{IIc} e G_{IIIc} são parâmetros de entrada no modelo de dano. Os valores de P - δ - a obtidos numericamente considerando uma propagação de dano em modo misto (I, II, III), vão ser usados para determinar uma estimativa para o valor de G_{IIIc} , a qual irá ser comparada com o valor de entrada no modelo de dano.

A geometria do provete considerada no modelo numérico está representada na figura 2. As dimensões usadas para o provete ECT são: $B=38$ mm, $W_d=32$ mm, $L=90$ mm, $L'=76$ mm e $t=10$ mm. O comprimento de fenda inicial (a_0) é igual a 14 mm. As propriedades mecânicas para a madeira de *Pinus pinaster* usadas nas simulações numéricas estão apresentadas na tabela 1.

O modelo numérico é constituído por elementos sólidos tridimensionais de 8 nós, do *software* comercial ABAQUS®, e por elementos finitos de interface de 6 nós previamente desenvolvidos por de Moura *et al.* (1997) e Gonçalves *et al.* (2000). A malha de elementos finitos usada neste estudo tem 30250 elementos sólidos contínuos e 4680 elementos de interface e pode ser observada na figura 3.

Na zona da pré-fenda foram impostas condições de contacto, com o objectivo de prevenir a interpenetração entre os braços superior e inferior do provete. Os elementos de suporte e de actuação foram simulados como corpos rígidos, tendo sido consideradas superfícies de contacto entre estes elementos e o provete (figura 3).

A análise por elementos finitos foi efectuada considerando um comportamento não linear geométrico. O deslocamento total ($\delta_{total}=100$ mm) é aplicado de uma forma incremental pelo elemento actuador, considerando um valor de incremento muito

pequeno (0,001% de δ_{total}), com o objectivo de garantir uma propagação de fenda estável.

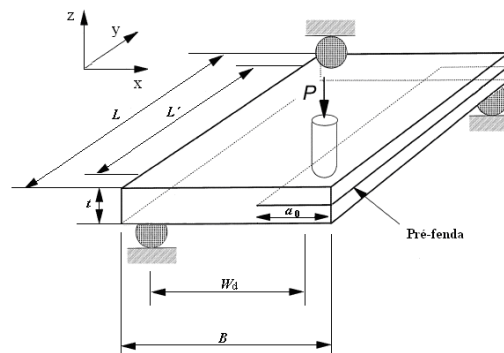


Fig 2 - Geometria do provete ECT.

3 - RESULTADOS NUMÉRICOS

3.1 - Distribuição das taxas de libertação de energia na frente de fenda

Numa primeira etapa deste estudo utilizou-se uma adaptação do Método de Fecho Virtual de Fenda (ou VCCT – *Virtual Crack Closure Technique*) para determinar a distribuição das taxas de libertação de energia na frente de fenda. O objectivo principal desta análise consiste em avaliar a influência dos modos de fractura “parasitas” (modos I e II) na frente de fenda, bem como a sua influência na correcta determinação de G_{IIIc} .

A determinação da distribuição de G_{IS} na frente de fenda é obtida numericamente através da seguinte técnica: para o primeiro incremento de deslocamento aplicado ao provete, os três valores de G obtêm-se pelo semi-produto das tensões nos pontos fechados (i) localizados na extremidade da fenda, pelos deslocamentos relativos medidos nos pontos de Gauss (j) localizados imediatamente antes da extremidade da fenda.

$$G = \frac{1}{2} \sigma_i \delta_j \quad (1)$$

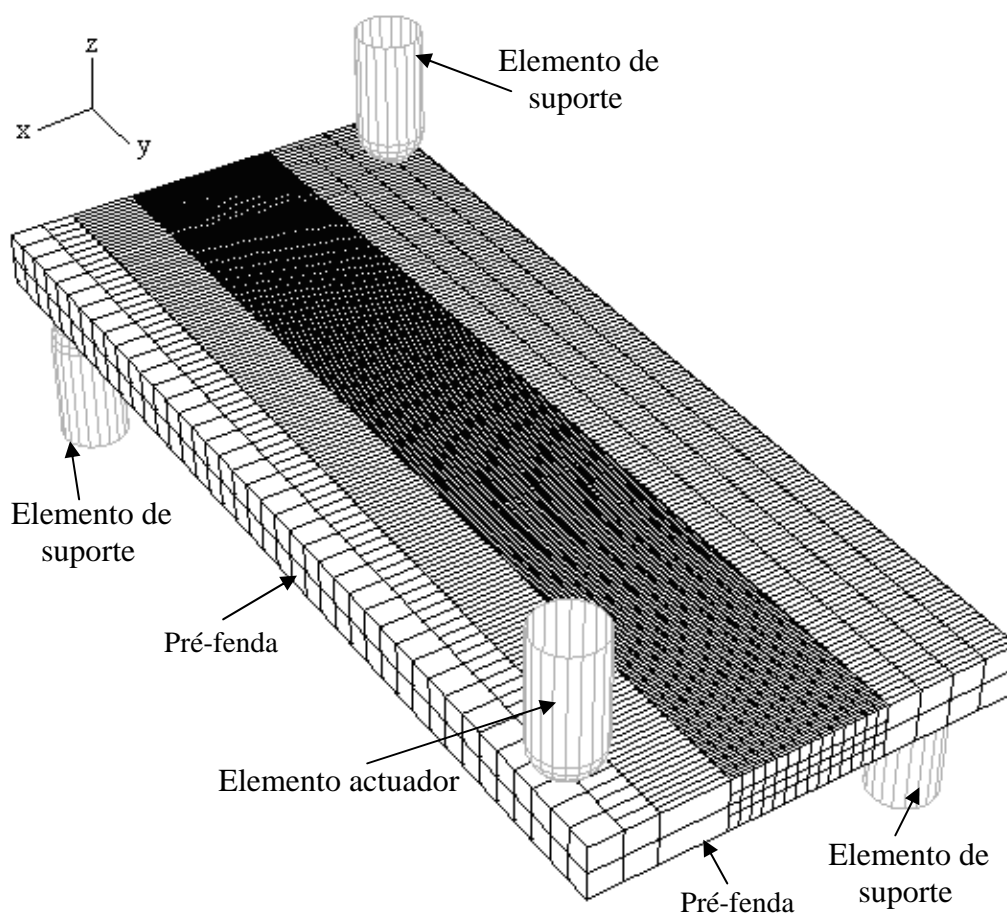
De acordo com a formulação do elemento de interface, tem-se:

$$\sigma = \mathbf{D} \delta \quad (2)$$

onde \mathbf{D} é a matriz diagonal que contém os parâmetros de penalidade e δ o vector dos

Tabela 1. Propriedades mecânicas da madeira de *Pinus pinaster* Ait. (Xavier *et al.* 2004; Silva *et al.*, 2004; Reiterer *et al.*, 2002).

E_L (GPa)	E_R (GPa)	E_T (GPa)	ν_{LR}	ν_{TL}	ν_{RT}	G_{LR} (GPa)	G_{TL} (GPa)	G_{RT} (GPa)
15,13	1,91	1,01	0,47	0,51	0,59	1,12	1,04	0,17
σ_L^{ult} (MPa)	σ_R^{ult} (MPa)	σ_T^{ult} (MPa)	τ_{LR}^{ult} (MPa)	τ_{LT}^{ult} (MPa)	G_{Ic} (N/mm)	G_{IIc} (N/mm)	G_{IIIc} (N/mm)	
					Sistema RL	Sistema RL	Sistema RL	
97,46	7,93	4,20	16,0	16,0	0,24	0,63	0,90	

**Fig 3** - Malha do modelo de elementos finitos.

deslocamentos relativos entre pontos homólogos. Os parâmetros de penalidade têm que ser elevados para prevenir a interpenetração das faces dos elementos. O valor considerado óptimo para este parâmetro é o maior valor que não cause problemas numéricos.

Conhecidos os deslocamentos relativos entre dois pontos de Gauss homólogos da face superior e inferior de um elemento de

interface, bem como a matriz \mathbf{D} que contém os parâmetros de penalidade obtém-se as tensões nesses mesmos pontos (de Moura *et al.*, 1997; Gonçalves *et al.*, 2000). Assim sendo, e seguindo a técnica atrás mencionada, obtém-se a seguinte distribuição de G_S na frente de fenda que se apresenta na figura 4.

Por observação da figura 4 pode-se concluir que a presença de modo I (G_I) na extremidade da fenda é desprezável. Na

vizinhança dos elementos de suporte existe uma componente de modo II (G_{II}). Contudo, essa componente contribui apenas para 2% do valor total da taxa de libertação de energia do provete. A taxa de libertação de energia em modo III (G_{III}) é pois responsável por 98% do valor total de G . Com base neste estudo pode-se afirmar que o provete ECT, ao contrário do provete SCB (Donaldson, 1988), é adequado para a determinação da taxa crítica de libertação de energia em puro modo III (G_{IIIc}) para a madeira da espécie *Pinus pinaster*.

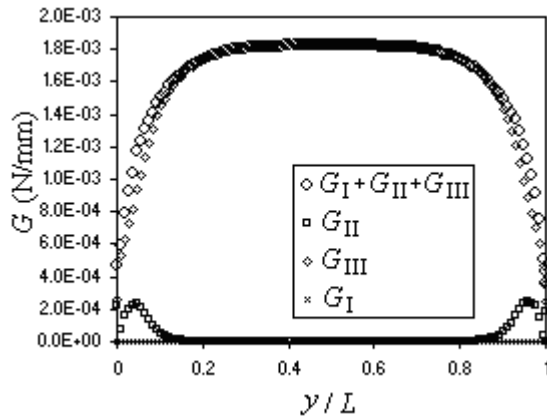


Fig 4 - Perfis de distribuição das três componentes de G na extremidade da fenda

3.2 - Determinação de G_{IIIc}

3.2.1 - Metodologia de tratamento de resultados

O problema em estudo consiste numa resposta torsional, originada por um momento torsor aplicado a uma placa ortotrópica, de espessura fina e com pré-fenda (figura 2), em função do comprimento de fenda. A equação básica que permite determinar o ângulo de rotação θ devido a um momento torsor M_T , para o tipo de sollicitação representado na figura 3 é (Lekhnitski, 1963):

$$\theta = \frac{M_T L'}{G_{yz} J} \quad (3)$$

onde G_{yz} é o modulo de corte, L' é a distância entre os apoios do provete e o ponto de aplicação da sollicitação, e J é o momento estático polar de segunda ordem. O valor do momento estático polar de segunda ordem (J) é obtido recorrendo à seguinte expressão,

$$J = J_I + 2J_{II} \quad (4)$$

J_I , J_{II} representam os momentos estáticos polares de segunda ordem da região do provete sem pré-fenda e da região correspondente a metade da placa na região com fenda, respectivamente. Os valores de J_I e J_{II} podem ser determinados pelas seguintes expressões.

$$J_I = \frac{(B-a)t^3}{3} \quad (5)$$

e

$$J_{II} = \frac{a t^3}{24} \quad (6)$$

Para o momento torsor M_t devido à força P , ($M_t = P W_d$), a equação (3) pode ser reescrita com base no deslocamento δ do ponto de aplicação da sollicitação ($\delta = W_d \theta$, para o caso de pequenas rotações) da seguinte forma:

$$\delta = \frac{P W_d^2 L}{G \left(\frac{(B-a)t^3}{3} + \frac{a t^3}{12} \right)} \quad (7)$$

A flexibilidade C pode ser expressa através da equação

$$C = \frac{\delta}{P} = \frac{3 W_d^2 L}{G t^3 B \left(1 - \left(\frac{3}{4} \right) \left(\frac{a}{B} \right) \right)} \quad (8)$$

Quando existe propagação de fenda para uma força crítica, P_C , a taxa crítica de libertação de energia G_{IIIc} pode ser determinada pelo método de calibração da flexibilidade da seguinte forma,

$$G_{IIIc} = \frac{P_C^2}{2L} \frac{dC}{da} \quad (9)$$

Substituindo a equação (8) na equação (9) obtém-se a seguinte expressão para determinar G_{IIIc} ,

$$G_{IIIc} = \frac{3 P_C^2 C}{8 L B \left(1 - \left(\frac{3}{4} \right) \left(\frac{a}{B} \right) \right)} \quad (10)$$

3.2.2 - Determinação da taxa crítica de libertação de energia em modo III.

A relação $P-\delta$ para o sistema de propagação RL é apresentada na figura 5a, enquanto que a relação $P-a$ é apresentada na figura 5b. A força (P) aplicada pelo elemento actuador (figura 3) ao provete aumenta até ao valor máximo de 525 N. Uma vez atingida a força máxima observa-se uma propagação estável da fenda inicial (figura 5b), acompanhada de uma diminuição da força (P).

A partir da equação (10) e dos valores obtidos numericamente para a força (P), deslocamento (δ) e comprimento de fenda (a), determinou-se a taxa crítica de libertação de energia em modo III (G_{IIIc}).

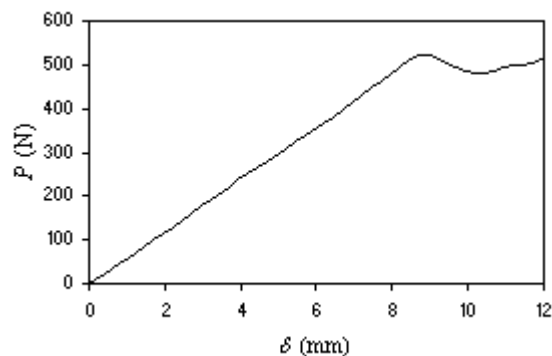


Fig 5a - Curva $P-\delta$

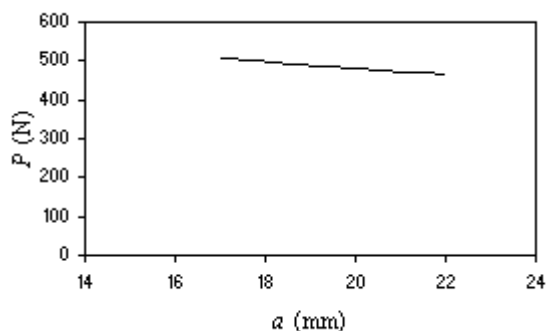


Fig 5b - Curva $P-a$

Os valores da taxa crítica de libertação de energia G_{IIIc} em função do comprimento de fenda a , estão apresentados na figura 6. Constata-se a existência de uma boa concordância entre os resultados obtidos recorrendo à equação (10) e o valor de referência (ver figura 6). A Tabela 2 apresenta uma comparação entre a média dos valores de G_{IIIc} obtidos numericamente

e o valor de referência (introduzido no modelo de elementos finitos).

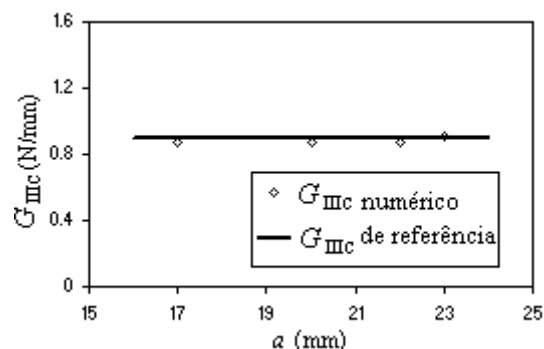


Fig 6 - G_{IIIc} em função de a , para o sistema de propagação de fenda RL.

Tabela 2. Comparação entre o valor médio de G_{IIIc} obtido pelo método exposto na secção 3.2.1 e o valor de referência de G_{IIIc} .

G_{IIIc} de referência (N/mm)	G_{IIIc} (N/mm)	Erro (%)	Desvio padrão (%)
0.90	0.88	2.22	1.44

4 - CONCLUSÕES

Neste trabalho foi realizada uma análise por elementos finitos do ensaio “Edge Crack Torsion” (ECT) com o objectivo de determinar a taxa crítica de libertação de energia (G_{IIIc}) para o sistema de propagação RL da madeira da espécie de *Pinus pinaster*. O modelo numérico usado para estudar este ensaio é constituído por elementos finitos sólidos, tridimensionais de 8 nós do software ABAQUS® e por elementos finitos de interface de 6 nós, previamente desenvolvidos que incluem um modelo de dano progressivo, o qual permite simular a iniciação e a propagação de fenda.

Numa fase inicial procedeu-se à determinação da distribuição da taxa de libertação de energia na frente da fenda. Desse estudo concluiu-se que a existência de modo I (G_I) na extremidade da fenda pode ser considerado desprezável. Na região dos elementos de suporte do provete ECT existe a presença de G_{II} , contudo este é representativo de apenas 2% do valor total da taxa de libertação de energia do provete. Em consequência, a taxa de libertação de energia

em modo III (G_{III}) é responsável por 98% do valor total de G .

Para a determinação da taxa crítica de libertação de energia em modo III a partir dos valores numéricos de P - δ - a utilizou-se uma metodologia baseada no Método de Calibração da Flexibilidade (MCF). Recorrendo a este método obteve-se uma boa concordância entre os valores obtidos por este e o valor de referência de G_{IIIc} .

Por fim, pode-se concluir que o provete ECT, com as dimensões consideradas neste trabalho, é adequado para determinar a taxa crítica de libertação de energia em modo III, (G_{IIIc}), para o sistema de propagação RL da madeira de *Pinus pinaster*.

5 - AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação para a Ciência e Tecnologia, pelo suporte financeiro a este trabalho através do projecto POCTI/EME/45573/2002.

REFERÊNCIAS

Barrett, J. D., Foschi R. O., Mode II stress-intensity factors for cracked wood beams. *Engineering Fracture Mechanics*, vol.9, pag. 371-378, 1977.

Cicci, D., Sharif, F., Kortschot, M. T., Data reduction for the split cantilever beam mode III delamination test, *Proceedings of ICCM-10*, 1995.

de Moura, M. F. S. F., Gonçalves, J. P. M., Marques, A. T. and Castro, P. M. S. T., Modelling compression failure after low velocity impact on laminated composites using interface elements, *J. Comp. Mat.*, vol. 31, pag.1462-1479, 1997.

Donaldson, S. L., Mode III interlaminar fracture characterization of composite materials, *Compos Sci Technol*, vol. 32, pag. 225-249, 1988.

Ehart, R. J. A., Stanzl-Tschegg, S. E., Tschegg, E. K., Crack face interaction and mixed mode fracture of wood composites during mode III loading, *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 61, pag. 253-278, 1998.

Gonçalves, J. P. M., de Moura, M. F. S. F., Castro, P. M. S. T. and Marques, A. T., Interface element including point-to-surface constraints for three-dimensional problems with damage

propagation, *Engineering Computations: Int. J. Comp.-Aided Eng. Software*, vol. 17, pag. 28-47, 2000.

Lars, O. J., Fracture of wood under mixed mode loading I. Derivation of fracture criteria, *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 68, pag. 549-563, 2001.

Lee, S. M., An edge crack torsion method for mode III delamination fracture testing, *Journal of Composites Technology and Research*, vol. 15(3), pag. 193-201, 1993.

Lekhnitski, S. G., *Theory of elasticity of an anisotropic elastic body*, Holden-Day, San Francisco, 1963.

Reiterer, A., Sinn G., Stanzl-Tschegg, S.E., Fracture characteristics of different wood species under mode I loading perpendicular to the grain, *Materials Science and Engineering*, vol. A332, pag. 29-36, 2002.

Ribeiro, P., Morais, J., Dourado, N., de Moura, M. F. S. F., Simulação por elementos finitos do ensaio DCB para a madeira de Pinus Pinaster. Ait. Cimad'04-1º Congresso ibérico a madeira na construção, pag. 231-240, 2004.

Russell, A. J., Street KN. *Proceedings of ICCM4*, pag. 279, 1982.

Silva, M. A. L., de Moura, M. F. S. F., Morais, J. J. L., Numerical analysis of the ENF test on the mode II fracture of wood, *Proceedings of the III conference of the European Society for Wood Mechanics*, pag. 77 – 84, 2004.

Silva, M. A. L., de Moura, M. F. S. F., Morais, J. J. L., Simulação numérica do ensaio DCB de juntas coladas de madeira, *Livro de Comunicações das 4ªs Jornadas Politécnicas de Engenharia*, ISEP, pag. 437-446, 2004.

Smith, I, Landis, E. and Gong, M., *Fracture and fatigue in wood*, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England, 2003.

Wu, E. M., Application of fracture mechanics to orthotropic plates, T. and A. M. Report, No.248, 1963; University of Illinois, Urbana.

Xavier, J. C., Garrido, N. M., Oliveira, M., Morais, J. L., Camanho, P. P, Pierron F., A comparison between the Iosipescu and off-axis shear test methods for the characterization of *Pinus pinaster* Ait., *Composites*, vol. 35A, pag. 827-840, 2004.

Yoshihara H., Ohta M., Measurement of mode II fracture toughness of wood by the end-notched flexure test. *Journal of Wood Science*, vol.46, pag. 273-278, 2000.