ESTUDO POR ELEMENTOS FINITOS DO PROVETE *END LOADED SPLIT* (ELS), PARA A DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DE G_{IIc} NA ESPÉCIE DE MADEIRA *Pinus pinaster* Ait.

M. A. L. Silva[1], M. F. S. F. de Moura[2], J. J. L. Morais[1], A. B. de Morais[3]

[1] CETAV/UTAD, Departamento de Engenharia, Vila Real,. e-mail: mlsilva@utad.pt, jmorais@utad.pt.
[2] DEMEGI, FEUP, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto,. e-mail: mfmoura@fe.up.pt.
[3] Universidade de Aveiro, Departamento de Engenharia Mecânica, Aveiro. email: abm@mec.ua.pt

RESUMO

No presente trabalho foi feita uma análise por elementos finitos do ensaio ELS (End Loaded Split), com o objectivo de validar o seu uso para a caracterização do comportamento à fractura em modo II da madeira de Pinus pinaster, no sistema de propagação de fendas RL. Com o intuito de averiguar a influência dos modos de propagação I e III na medição da taxa crítica de libertação de energia em modo II (G_{IIc}), foi construído um modelo de elementos finitos tridimensional, o qual inclui elementos de interface e um modelo de dano progressivo baseado no uso indirecto da Mecânica da Fractura. As metodologias usadas para a identificação de G_{IIc} a partir dos resultados numéricos do ensaio ENF foram a Teoria das Vigas Elementar (TVE), o Método de Calibração de Flexibilidade (MCF), a Teoria de Vigas Corrigida (TVC) e o Método de Calibração da Flexibilidade baseado na Teoria de Vigas (CFTV). Os resultados obtidos permitem-nos afirmar que o ensaio ELS, juntamente com esta última metodologia de tratamento de dados, é apropriado para a determinação de G_{IIc} da madeira Pinus pinaster Ait.

1. INTRODUÇÃO

Vários ensaios têm sido propostos para estudar a propagação de fendas em modo II (Tanaka *et al.*, 1995; Blackman *et al.*, 2005; Qiao *et al.*, 2003; Schuecker *et al.*, 2000). Entre eles é de salientar os ensaios *End Notched Flexure* (ENF), *Tapered End Notched Flexure* (TENF), *End Loaded Split* (ELS) e *Four Point End Notched Flexure* (4ENF).

O ensaio ENF foi introduzido pela primeira vez por Barret e Foschi (1977), para determinar a taxa crítica de libertação de energia em modo II (G_{IIc}) da espécie de madeira *Tsuga heterophylla*. O ensaio ENF é porventura o ensaio mais utilizado para a determinação G_{IIc}, em materiais ortotrópicos e em ligações coladas.

Russell e Street (1982) desenvolveram uma metodologia de tratamento de resultados para o ensaio ENF baseada na Teoria de Vigas Elementar, desprezando a deformação devida ao esforço de corte e a singularidade existente na extremidade da fenda.

Yoshihara e Ohta (2000) examinaram a validade do ensaio ENF para a madeira, tendo recomendado o uso do método *Crack Shear Displacement* (CSD) para a determinação de G_{IIc}.

Silva *et al*. (2004) avaliaram a aplicabilidade do ensaio ENF para a determinação de G_{IIc} referente ao sistema de propagação de fendas RL da madeira de *Pinus pinaster*. Por sua vez, Silva *et al.* (2005) estudaram a validade do Método de Calibração da Flexibilidade (MCF) e da Teoria das Vigas Corrigida (TVC) para a identificação de G_{IIc} dessa espécie de madeira. Com base nesse estudo, os autores concluíram que o MCF é adequado para a determinação de G_{IIc}, enquanto que a TVC subestima o valor de G_{IIc}. Este facto deve-se ao desenvolvimento de uma Zona de Processo de Fractura (ZPF) na extremidade da fenda. Os autores analisaram também a influência da tensão de corte e do atrito na curva P-δ e na curva de resistência, tendo concluído que a influência desses parâmetros é desprezável.

Carlsson *et al.* (1986) concluíram que para evitar uma propagação instável da fenda inicial (a_0), durante a execução de um ensaio ENF, era necessário que a_0 fosse maior ou igual a 70% de metade do vão do provete.

A principal dificuldade com ensaio ENF tem a ver com medição do comprimento de fenda (a). Para contornar este obstáculo, Edde *et al.* (1995) e Qiao *et al.* (2003) propuseram o ensaio TENF. Este ensaio é caracterizado por induzir uma propagação de fenda estável para qualquer valor de a_0. Contudo, o atrito entre as faces da fenda tem um efeito do atrito não desprezável na medição de G_{IIc} (Davies *et al.*, 1999).

Yoshihara (2004) usou o ensaio 4ENF para obter a taxa crítica de libertação de energia em modo II da madeira. Para isso, usou um provete com uma secção transversal em forma de I, a fim de evitar roturas indesejáveis.

Schuecker *et al.* (2000) verificaram que o valor de G_{IIc}, obtido através do ensaio 4ENF é superior ao obtido através do ensaio ENF. Este fenómeno deve-se à influência que o atrito tem nos resultados do ensaio 4ENF (Schuecker *et al.*, 2000).

Wang *et al.* (1992) mostraram que a propagação de fenda no ensaio ELS é estável se o comprimento da fenda inicial for superior a 65 % do comprimento do provete. O ensaio ELS apresenta porém alguns problemas de execução experimental. Um deles reside na dificuldade em garantir o encastramento perfeito do provete. O outro problema reside na medição precisa do comprimento de fenda durante a propagação (Corleto *et al.*, 1995).

Neste trabalho apresenta-se um estudo por elementos finitos sobre a aplicação do ensaio ELS à madeira de *Pinus pinaster*. O sistema de propagação de fendas analisado foi o sistema RL. Para averiguar a influência dos modos de propagação I e III na medição da taxa crítica de libertação de energia em modo II (G_{IIc}), foi elaborado um modelo tridimensional de elementos finitos, onde foram incluídos elementos finitos de interface e um modelo de dano progressivo baseado no uso indirecto da Mecânica da Fractura. Os perfis de distribuição das taxas de libertação de energia G_i (i = I, II ou III), ao longo da extremidade da fenda foram obtidos recorrendo a uma adaptação do Método de Fecho de Fenda Virtual (*Virtual Crack Closure Technique*, VCCT). O valor de G_{IIc} foi identificado a partir dos resultados P-δ-a fornecidos pela simulação numérica, usando as seguintes metodologias de tratamento de resultados: Teoria das Vigas Elementar (TVE), Método de Calibração de Flexibilidade (MCF), Teoria de Vigas Corrigida (TVC) e Método de Calibração da Flexibilidade baseado na Teoria de Vigas (CFTV).

2. ANÁLISE

2.1. Modelo 3D

As dimensões usadas para o provete ELS são: $2h$=20 mm, L=235 mm, B=20 mm e a_0=0.65L (figura 1). As propriedades mecânicas da madeira de *Pinus pinaster* usadas nas análises numéricas encontram-se na tabela 1.

Foi construído um modelo de elementos finitos tridimensional (3D), recorrendo ao *software* comercial ABAQUS® (figura 2). Este modelo é constituído por 35250 elementos tridimensionais de 8 nós e por 4890 elementos finitos de interface de 8 nós, previamente desenvolvidos (de Moura *et al.*, 1997; Gonçalves *et al.*, 2000).

Entre as faces superior e inferior da pré-fenda foram impostas condições de contacto (sem atrito), com o objectivo de evitar a interpenetração dos braços superior e inferior do provete.

Os elementos de interface foram colocados a meio da altura do provete, a partir da extremidade da fenda inicial (ver detalhe 1 da figura 2). O deslocamento total (δ_{total}=10 mm) foi aplicado por um cilindro de diâmetro igual a 6 mm (actuador, na figura 2), de uma forma incremental, considerando um valor de incremento muito pequeno (0,01% de δ_{total}), por forma a garantir uma propagação estável. O actuador foi simulado como um corpo rígido (detalhe 2 da figura 2).

A análise por elementos finitos foi efectuada considerando um comportamento não linear geométrico.

2.2. Modelo 2D

Um dos objectivos deste estudo consiste em validar o uso de um modelo bidimensional (2D) de elementos finitos do ensaio ELS. Essa validação basear-se-á na comparação entre as curvas G_{IIc}=f(a) e P-δ obtidas a partir dos modelos 2D e 3D.

Assim, foi também elaborado um modelo de elementos finitos 2D, recorrendo ao código comercial ABAQUS®. Este modelo é composto por 4820 elementos sólidos bidimensionais de oito nós e por 250 elementos finitos de interface (figura 3). O detalhe 1 representa a região do provete com pré-fenda, onde foram impostas condições de contacto entre o braço superior e inferior, com o objectivo de evitar a sua inter penetração. Os elementos finitos de interface foram colocados a meio da altura do provete, na região contígua à pré-fenda (representados por cruzes no detalhe 2, da figura 3). Neste modelo numérico foram igualmente consideradas superfícies de contacto entre o provete e o actuador. O actuador foi modelado como um corpo indeformável.

A análise por elementos finitos 2D foi efectuada para as mesmas condições de deslocamento total (δ_{total}) e tamanho de incremento que foram empregues na análise tridimensional (3D). A análise foi conduzida considerando um estado plano de tensão um comportamento geométrico não linear.

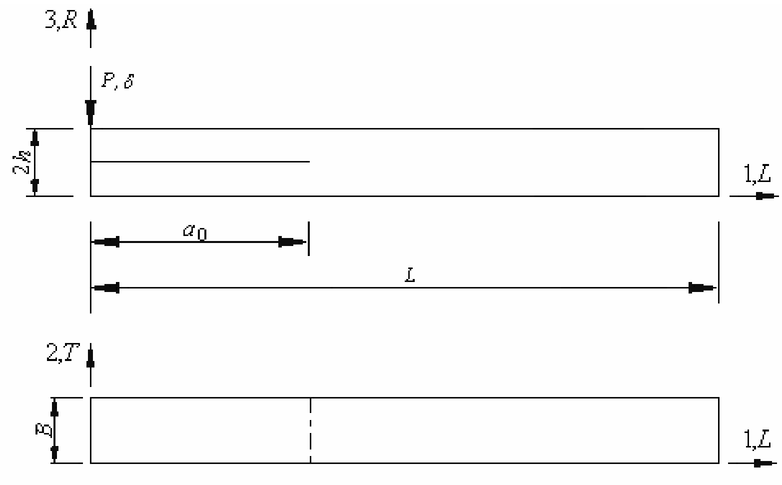

Fig 1. Geometria do provete ELS.

Tabela 1. Propriedades mecânicas da espécie de madeira *Pinus pinaster* (Xavier, 2003; Reiterer *et al.*, 2002).

E_L (GPa)	E_R (GPa)	E_T (GPa)	υ_{LR}	υ_{TL}	υ_{RT}	$G_{LR\,(REF.)}$ (GPa)	$G_{LT\,(REF.)}$ (GPa)	$G_{RT\,(REF.)}$ (GPa)
15,13	1,91	1,01	0,47	0,51	0,59	1,12	1,04	0,17

σ_L^{ult} (MPa)	σ_R^{ult} (MPa)	σ_T^{ult} (MPa)	τ_{LR}^{ult} (MPa)	τ_{LT}^{ult} (MPa)	$G_{Ic\,(REF)}$ (N/mm)	$G_{IIc\,(REF)}$ (N/mm)
97,46	7,93	4,20	16,0	16,0	0,24	0,63

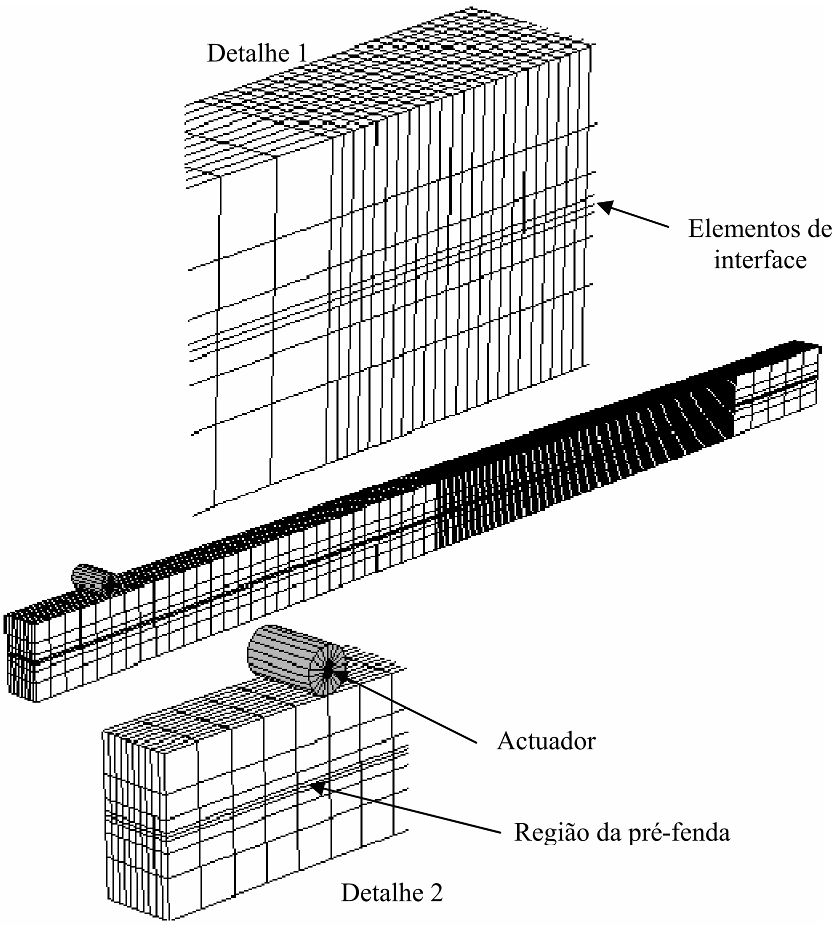

Fig 2. Modelo tridimensional do ensaio ELS.

2.2. Modelo 2D

Um dos objectivos deste estudo consiste em validar o uso de um modelo bidimensional (2D) de elementos finitos do ensaio ELS. Essa validação basear-se-á na comparação entre as curvas G_{IIc}=f(a) e P-δ obtidas a partir dos modelos 2D e 3D.

Assim, foi também elaborado um modelo de elementos finitos 2D, recorrendo ao código comercial ABAQUS®. Este modelo é composto por 4820 elementos sólidos bidimensionais de oito nós e por 250 elementos finitos de interface (figura 3). O detalhe 1 representa a região do provete com pré-fenda, onde foram impostas condições de contacto entre o braço superior e inferior, com o objectivo de evitar a sua inter penetração. Os elementos finitos de interface foram colocados a meio da altura do provete, na região contígua à pré-fenda (representados por cruzes no detalhe 2, da figura 3). Neste modelo numérico foram igualmente consideradas superfícies de contacto entre o provete e o actuador. O actuador foi modelado como um corpo indeformável.

A análise por elementos finitos 2D foi efectuada para as mesmas condições de deslocamento total (□ $_{\mathrm{total}}$) e tamanho de incremento que foram empregues na análise tridimensional (3D). A análise foi conduzida considerando um estado plano de tensão um comportamento geométrico não linear.

3. DISTRIBUIÇÃO DAS TAXAS DE LIBERTAÇÃO DE ENERGIA

A distribuição das componentes da taxa de libertação de energia na frente da fenda, G_i (i=I, II, III), foi obtida recorrendo a uma adaptação do método VCCT. Em vez das forças nodais foram usadas as tensões nodais dos elementos finitos de interface (σ_{j3}, τ_{j31} e τ_{j32}), para obter as componentes de G:

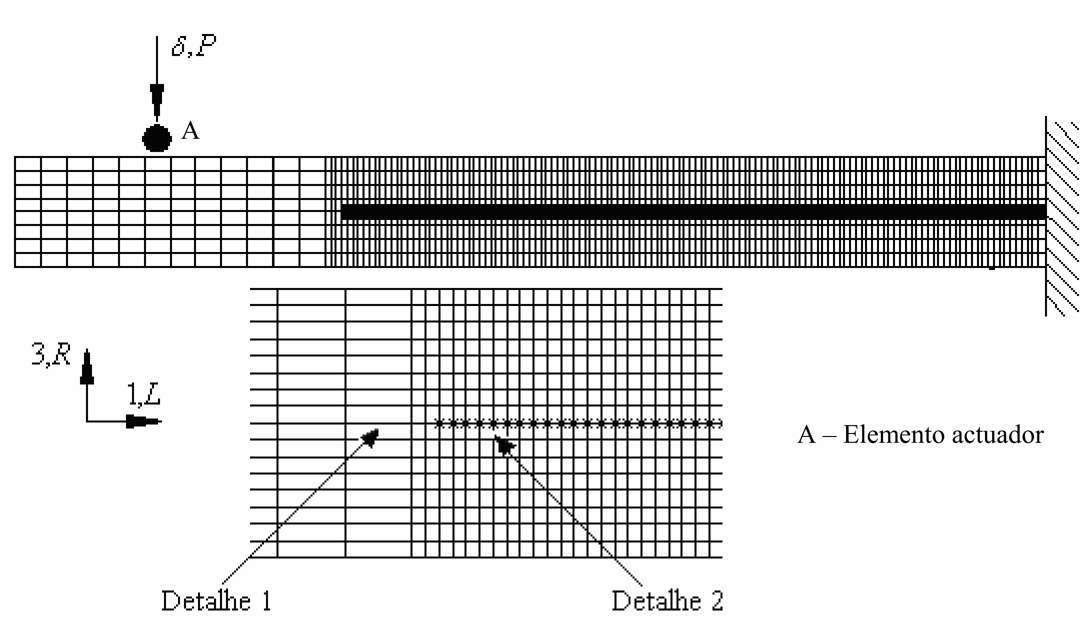

Fig 3. Malha de elementos bidimensional do ensaio ELS.

$$G_{\mathrm{I}} = \frac{\sigma_{j3}(w_{k\mathrm{t}} - w_{k\mathrm{b}})}{2}$$
$$G_{\mathrm{II}} = \frac{\tau_{j31}(u_{k\mathrm{t}} - u_{k\mathrm{t}})}{2} \qquad (1)$$
$$G_{\mathrm{III}} = \frac{\tau_{j32}(v_{k\mathrm{t}} - v_{k\mathrm{t}})}{2}$$

onde os deslocamentos nodais das faces superior e inferior são representados, respectivamente, por $u_{k\mathrm{t}}$, $v_{k\mathrm{t}}$ e $w_{k\,\mathrm{t}}$ e por $u_{k\mathrm{b}}$, $v_{k\mathrm{b}}$ and $w_{k\mathrm{b}}$ (figura 4). A presença das taxas de libertação de energia em modo I (G_{I}) e em modo III (G_{II}) ao longo da espessura do provete (B) é desprezável. Assim, a distribuição de G_{II} em toda a largura (B) do provete ELS é praticamente uniforme, com um valor médio superior a 99,5 % do valor de G_{total} (figura 5). Com base neste estudo, pode-se afirmar que a taxa de libertação de energia na frente da fenda ocorre em quase puro modo II, para a geometria do provete considerada.

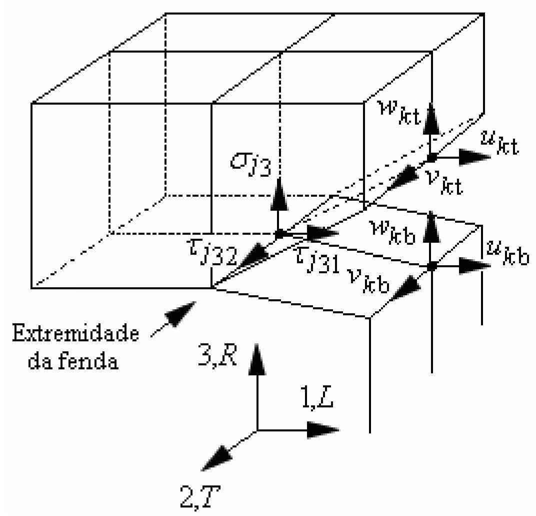

Fig 4. Nós locais usado no método VCCT.

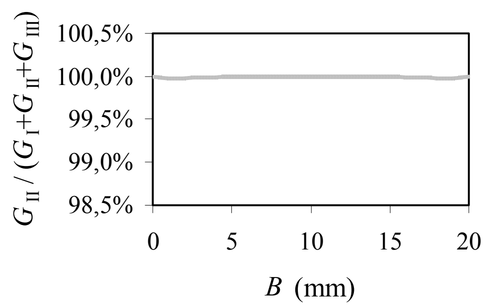

Fig 5. Distribuição da taxa de libertação de energia em modo II (G_{II}), ao longo da espessura do provete.

4. MÉTODOS DE TRATAMENTO DOS RESULTADOS

4.1. Teoria de Vigas Elementar

A taxa crítica de libertação de energia em modo II é determinada recorrendo à equação de Irwin-Kies (Anderson, 1991),

$$G_{\mathrm{IIc}} = \frac{P^2}{2B}\frac{dC}{da} \qquad (2)$$

A flexibilidade (C) do provete ELS (figura 1), desprezando os efeitos do esforço transverso, é dada pela seguinte equação

$$C = \frac{\delta}{P} = \frac{3a^3 + L^3}{2Bh^3 E_f} \qquad (3)$$

onde E_f, P e δ representam o módulo de flexão, a força aplicada e o deslocamento do ponto de aplicação da força, respectivamente. Substituindo a equação (3) na equação (2), obtém-se a seguinte expressão para G_{IIc},

$$G_{\mathrm{IIc}} = \frac{9P^2a^2}{4B^2h^3E_f} \qquad (4)$$

O efeito dum eventual comportamento geométrico não linear do provete ELS pode ser contemplado corrigindo o segundo membro da equação anterior com um factor multiplicativo F, dado por (Davies *et al.*, 1999)

$$F = 1 - \theta_1 \left(\frac{\delta}{L} \right)^2 - \theta_2 \left(\frac{\delta l_1}{L^2} \right) \qquad (5)$$

onde l_1 representa a distância entre o centro do actuador e a linha média do braço superior do provete. Os valores de θ_1 e θ_2 são determinados pelas seguintes equações,

$$\theta_1 = \frac{3}{20} \frac{\left(15 + 50(a/L)^2 + 63(a/L)^4\right)}{\left[1 + 3(a/L)^3\right]^2} \qquad (6)$$

e

$$\theta_2 = -3(L/a) \frac{1 + 3(a/L)^2}{1 + 3(a/L)^3} \qquad (7)$$

4.2. Método de Calibração da Flexibilidade

O Método de Calibração da Flexibilidade baseia-se na equação de Irwin-Kies (2) e no seguinte ajuste polinomial dos pontos experimentais C-a

$$C = C_0 + \mathrm{m}\, a^3 \qquad (8)$$

Substituindo a equação (8) na equação (2), a taxa crítica de libertação de energia em modo II será então dada por

$$G_{\mathrm{IIc}} = \frac{3\ \mathrm{m}\, P^2 a^2}{2B} \qquad (9)$$

4.3. Teoria de Vigas Corrigida

De acordo com a TVC, proposta por Wang e Williams (1992), G_{IIc} é determinada através da seguinte equação,

$$G_{\mathrm{IIc}} = \frac{9P^2\left(a + \Delta_{\mathrm{II}}\right)^2}{4B^2h^3E_f} F \qquad (10)$$

onde Δ_{II} é um factor de correcção para o comprimento de fenda que contempla o efeito do esforço transverso. Segundo Wang e Williams (1992), Δ_{II} é dado por,

$$\Delta_{\mathrm{II}} = 0.49\, \Delta_{\mathrm{I}} \qquad (11)$$

onde

$$\Delta_1 = h \sqrt{\frac{E_{\mathrm{L}}}{11 G_{13}} \left[3 - 2 \left(\frac{\Gamma}{1 + \Gamma} \right)^2 \right]} \qquad (12)$$

e

$$\Gamma = 1.18 \frac{\sqrt{E_1 E_2}}{G_{13}} \qquad (13)$$

4.4. Método de Calibração da Flexibilidade baseado na Teoria de Vigas

A energia total de deformação do provete ELS, devida ao momento flector e ao esforço transverso, é dada por:

$$U = \int_0^L \frac{M_f^2}{2E_f I} dx + \int_0^L \int_{-h}^{h} \frac{\tau^2}{2G_{13}} b\, dy\, dx \qquad (14)$$

sendo,

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{V_i}{A_i} \left(1 - \frac{y^2}{c_i^2} \right) \qquad (15)$$

onde A_i, c_i e V_i representam,

respectivamente, a área da secção transversal, metade da altura da viga e o esforço transverso do segmento i ($0\leq x \leq a$, $a\leq x \leq L$). A partir das equações anteriores e do teorema de Castigliano, obtém-se a seguinte expressão para o deslocamento do ponto de aplicação da força aplicada (figura 1),

$$\delta = \frac{dU}{dP} = \frac{P\left(3a^3 + 2L^3\right)}{2E_f Bh^3} + \frac{3PL}{5BhG_{13}} \tag{16}$$

O módulo à flexão E_f pode ser obtido a partir da equação (16), utilizando os valores da flexibilidade inicial (C_0) e do comprimento de fenda inicial (a_0).

$$E_f = \frac{3a_0^3 + L^3}{2Bh^3}\left(C_0 - \frac{3L}{5BhG_{13}}\right)^{-1} \tag{17}$$

O comprimento de fenda (a) durante a propagação pode assim ser determinado, a partir das equações (16) e (17).

$$a = \left[\frac{C_{\text{corr}}}{C_{0\,\text{corr}}}a_0^3 + \frac{L^3}{3}\left(\frac{C_{\text{corr}}}{C_{0\,\text{corr}}} - 1\right)\right]^{1/3} \tag{18}$$

onde C_{corr} é dado por,

$$C_{\text{corr}} = C - \frac{3L}{5BhG_{13}} \tag{19}$$

Substituindo a equação (18) na equação (4) obtém-se a seguinte expressão para G_{IIc},

$$G_{\text{IIc}} = \frac{9P^2}{4B^2h^3E_f}\left[\frac{C_{\text{corr}}}{C_{0\,\text{corr}}}a_0^3 + \frac{L^3}{3}\left(\frac{C_{\text{corr}}}{C_{0\,\text{corr}}} - 1\right)\right]^{2/3} F \tag{20}$$

que não depende explicitamente de a. Contudo, depende de E_f, cuja determinação requer o conhecimento prévio de $G_{13}=G_{\text{LR}}$, (ver equação 17). No entanto, no intervalo $0{,}5G_{\text{LR(REF.)}}<G_{\text{LR}}<1{,}5G_{\text{LR(REF.)}}$, em torno do valor de referência ($G_{\text{LR(REF.)}}$) da tabela 1, o módulo de corte não influencia de forma significativa G_{IIc} (figura 6). Assim, não é necessário conhecer o valor preciso do módulo de corte (G_{LR}) de cada provete, podendo ser usado um valor típico desta propriedade.

5. VALIDAÇÃO DA ANÁLISE 2D

Pretende-se agora validar o uso de uma análise bidimensional por elementos finitos, para determinar a taxa crítica de libertação de energia em modo II (G_{IIc}). Durante a fase de propagação observou-se que o valor do comprimento da fenda (a) medido no bordo do provete é igual ao valor medido no centro ($a_{\text{bordo}}= a_{\text{centro}}$). Por outro lado, verificou-se também que as curvas P-δ, obtidas através das análises 2D e 3D, são praticamente coincidentes (figura 7).

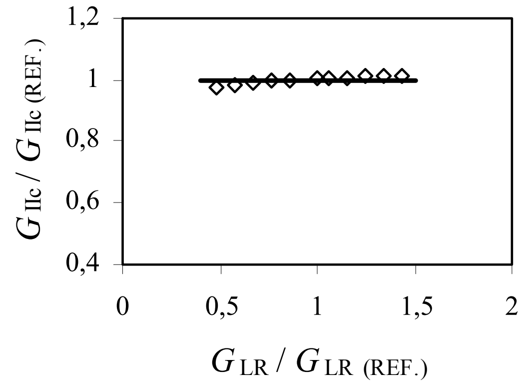

Fig 6. Influência de G_{LR} no valor de G_{IIc}.

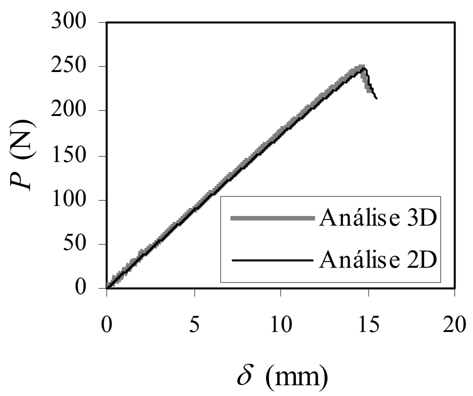

Fig 7. Comportamento da curvas P-δ, considerando os modelos 3D e 2D.

Estes resultados permitem validar o uso de uma análise bidimensional por elementos finitos, em detrimento da tridimensional. O uso de uma análise 2D, traduz-se numa redução assinalável do tempo computacional necessário para cada problema.

6. DETERMINAÇÃO DE G_{IIc}

Os resultados da simulação numérica do ensaio ELS (usando o modelo 2D de elementos finitos) encontram-se nas figuras 8 e 9. O comportamento da curva P-δ é não linear a partir do ponto 1 (figura 8). Esta não linearidade está relacionada com o desenvolvimento de uma Zona de Processo de Fractura (ZPF) na extremidade da fenda. Uma vez atingida a força máxima, observa-se uma propagação estável da fenda inicial, acompanhada de uma diminuição da força P (figura 9).

A partir dos resultados da simulação (P, δ e a), obteve-se a taxa crítica de libertação de energia em modo II (G_{IIc}), por todos os métodos apresentados na secção 4: Teoria das Vigas Elementar, Teoria de Vigas Corrigida e Método de Calibração da Flexibilidade baseado na Teoria de Vigas. Na figura 10, apresenta-se a evolução da taxa crítica de libertação de energia (G_{IIc}) em função do comprimento da fenda (a), obtida através desses métodos.

Com base na figura 10 e na tabela 2 conclui-se que a TVE subestima o valor de G_{IIc}. Corrigindo o valor do comprimento de fenda através do factor Δ_{II} (TVC), obtém-se uma boa relação entre o valor de G_{IIc} obtido e o valor introduzido no modelo numérico ($G_{IIc\,(REF)}$).

A aplicação do Método de Calibração da Flexibilidade (equação 9) conduz a uma boa concordância entre a curva G_{IIc}=f(a) obtida e a de referência. Todavia, a aplicabilidade desta metodologia é limitada pela dificuldade em medir com precisão o valor de a durante a execução de um ensaio experimental.

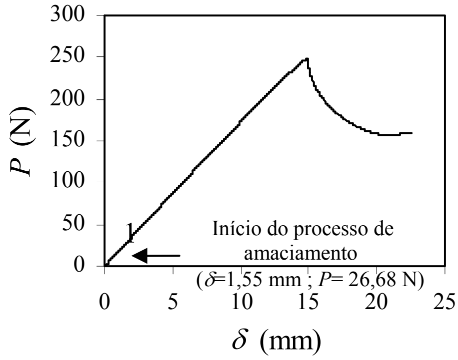

Fig 8. Comportamento da curvas P-δ, para o sistema de propagação de fenda RL.

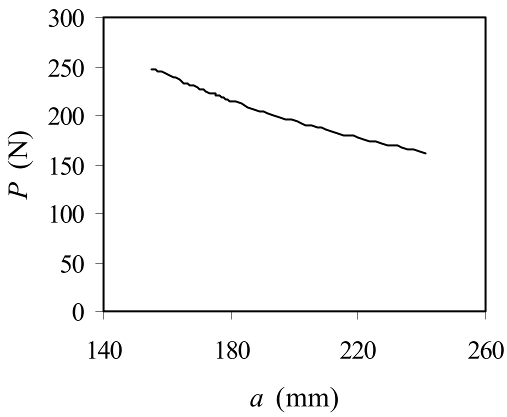

Fig 9. Comportamento da curvas P-a, para o sistema de propagação de fenda RL.

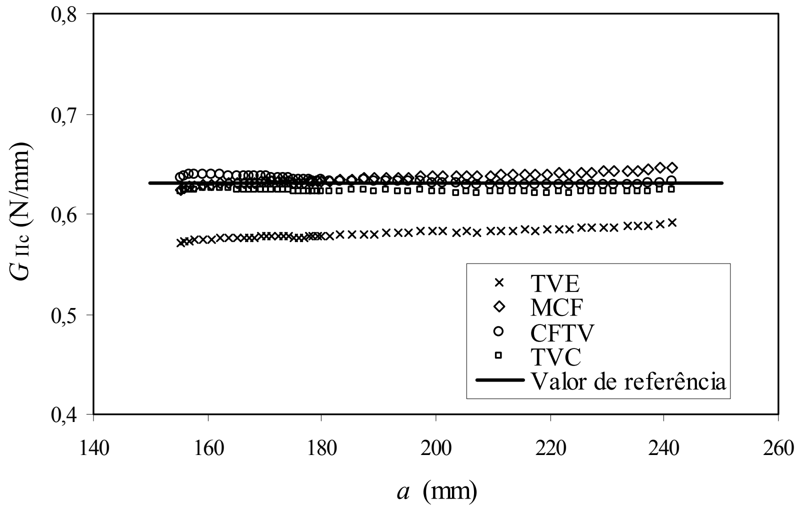

Fig 10. Comportamento da curva G_{IIc}=f(a), recorrendo às metodologias de tratamento de resultados propostas (TVE, MCF, TVC e CFTV).

Com o objectivo de contornar esta dificuldade foi proposta neste trabalho uma nova metodologia de tratamento de resultados (CFTV), que não necessita da medição do valor do comprimento da fenda para obter o valor de G_{IIc}. Este método apresenta uma boa concordância com o valor de $G_{IIc\ (REF)}$ introduzido no modelo de numérico (figura 10 e tabela 2).

7. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um estudo por elementos finitos do ensaio ELS (*End Loaded Split*), com o objectivo de determinar a taxa crítica de libertação de energia em modo II (G_{IIc}) da madeira de *Pinus Pinaster* Ait., para o sistema de propagação RL.

Tabela 2. Comparação entre os métodos (TVE, MCF, TVC e CFTV) e o valor de referência de G_{IIc} para o sistema de propagação RL.

	TVE	MCF	TVC	CFTV
Sistema de propagação RL $G_{IIc\ (REF)}$ **= 0,63 (N/mm)**	G_{IIc} (N/mm) 0,579	G_{IIc} (N/mm) 0,634	G_{IIc} (N/mm) 0, 623	G_{IIc} (N/mm) 0,633
	Erro (%) -8,10	Erro (%) 0,63	Erro (%) -1,11	Erro (%) 0,48
	Desv. Pad.[1] (%) 0,46	Desv. Pad. (%) 0,50	Desv. Pad.[1] (%) 0,13	Desv. Pad. (%) 0,35

[1] O desvio padrão (Desv. Pad) é calculado relativamente ao valor médio de G_{IIc}

Foram construídos um modelo 3D e um modelo 2D de elementos finitos, incluindo elementos de interface e uma lei de dano progressivo baseada no uso indirecto da Mecânica da Fractura. A partir do modelo 3D, e recorrendo a uma adaptação do Método de Fecho Virtual de Fenda, concluiu-se que a geometria usada permite obter ao longo da frente da fenda uma distribuição uniforme e predominante (superior a 99,5%) de modo II. Por outro lado, as curvas P-δ fornecidas pelo modelo tridimensional e pelo modelo bidimensional são semelhantes. Estes resultados permitiram validar a utilização de um modelo 2D de elementos finitos para simular o ensaio ELS.

Para a determinação da taxa crítica de libertação de energia em modo II, a partir dos valores numéricos de P-δ-a, utilizou-se a Teoria de Vigas Elementar (TVE), o Método de Calibração da Flexibilidade (MCF), a Teoria de Vigas Corrigida (TVC) e o Método de Calibração da Flexibilidade baseado na Teoria de Vigas (CFTV). Verificou-se que a TVE apresenta um erro não desprezável na obtenção de G_{IIc}, ao passo que os outros métodos apresentam excelente concordância com o valor de G_{IIc} introduzido no modelo numérico. Contudo, a dificuldade experimental associada à medição do comprimento de fenda limita a aplicação do MCF e da TVC. Assim sendo, e com o intuito de contornar esta dificuldade experimental, apresentou-se neste trabalho uma nova metodologia de tratamento de resultados (CFTV). Os resultados obtidos, por este método, demonstraram a sua validade para a identificação de G_{IIc} da madeira dec *Pinus pinaster*.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação para a Ciência e Tecnologia, pelo suporte financeiro a este trabalho através do projecto POCTI/EME/45573/2002.

REFERÊNCIAS

Anderson, T. L., “Fracture mechanics fundamentals and applications”, CRC Press, Inc., 1991.

Barrett, J. D., Foschi, R. O., “Mode II stress-intensity factors for cracked wood beams”, Eng Fract Mech, 9, 1977, pp. 371-378.

Blackman, B. R. K., Kinloch, A. J., Paraschi, M., "The determination of the mode II adhesive fracture resistance, G_{IIc}, of structural adhesive joints: an effective crack length approach", Eng Fract Mech, 72, 2005, pp.877-97.

Carlsson, L. A., Gillespie, Jr., Pipes, R. B., "On the analysis and design of the end notched flexure specimen for mode II testing", Journal of Composites Materials, 20, 1986, pp.594-604.

Corleto, C. R., Hogan, H.A., "Energy release rates for the ENF specimen using a beam on an elastic foundation", Journal of Composite Materials, 29(11), 1995, pp.1420-1436.

Davies, P., Sims, G. D., Blackman, B. R. K., Bruner, A. J., Kageyama, K., Hojo, M., Tanaka, K., Murri, G., Rousseau, C., Gieseke, B., Martin, R. H., "Comparison of test configurations for determination of mode II interlaminar fracture toughness results from international collaborative test programme", Plastics Rubber Compos, 28(9), 1999, pp. 432–437.

de Moura, M. F. S. F., Gonçalves, J. P. M., Marques, A. T., Castro, P. M. S. T., "Modeling compression failure after low velocity impact on laminated composites using interface elements", Journal of Composite Materials, 31, 1997, pp. 1462-1479.

Edde, F. C., Verreman, Y., "Nominally constant strain energy release rate specimen for the study of mode II fracture and fatigue in adhesively bonded joints", Int J Adhes Adhes, 15, 1995, pp.29-32

Gonçalves, J. P. M., de Moura, M. F. S. F., Castro, P. M. S. T., Marques, A. T., "Interface element including point-to-surface constraints for three-dimensional problems with damage propagation", Engineering Computations: Int. J. Comp.-Aided Eng. Software, 17, 2000, pp. 28-47.

Qiao, P., Wang, J., Davalos, J. F., "Analysis of tapered ENF specimen and characterization of bonded interface fracture under mode II loading". Int J Solids Struct, 40, 2003, pp.1865-1884.

Reiterer, A., Sinn, G., Stanzl-Tschegg, S. E., "Fracture characteristics of different wood species under mode I loading perpendicular to the grain", Materials Science and Engineering, A332, 2002, pp.29-36.

Russell, A. J., Street, K. N., "Factors affecting the interlaminar fracture energy of graphite/epoxy laminates", In: Progress in Science and Engineering of Composites, T. Hayashi *et al*., eds. In: Proceedings of ICCM4, Tokyo, 1982, pp. 279-286.

Schuecker, C., Davidson, B. D., "Effect of friction on the perceived mode II delamination toughness from three and four point bend end notched flexure tests". In: ASTM STP 1383, 2000, pp. 334-344.

Schuecker, C., Davidson, B. D., "Evaluation of accuracy of the four point bend end-notched flexure test for mode II delamination toughness determination", Composites Science Technology, 60, 2000, pp.2134-2146.

Silva, M. A. L, de Moura, M. F. S. F., Morais, J. J. L., "Numerical analysis of the ENF test on the mode II fracture of wood", In: Proceedings of the III conference of the ESWM, Vila Real, 2004, pp. 77-84.

Silva, M. A. L., de Moura, M. F. S. F., Morais, J. J. L., "Numerical analysis of the ENF test for mode II wood fracture", Composites Part A: applied science and manufacturing, *in press*, 2005.

Tanaka, K., Kageyama, K., Hojo, M., "Prestandardization study on mode II interlaminar fracture toughness test for CFRP in Japan", Composites, 26(4), 1995, pp.243-55.

Wang, H., Vu-Khanh, T., "Use of end-loaded-split (ELS) test to study stable fracture behaviour of composites under mode II loading", Composite Structures, 36, 1996, pp. 71-79.

Wang, Y., Williams, J. G., "Corrections for Mode II fracture toughness specimens of composites materials", Composites Science Technology, 43, 1992, pp.251-256.

Xavier, J. M., "Caracterização do comportamento ao corte da madeira usando o ensaio de Iosipescu", Master Thesis, Vila Real: Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 2003.

Yoshihara, H., Ohta, M., "Measurement of mode II fracture toughness of wood by the end-notched flexure test", Journal of Wood Science, 46, 2000, pp. 273-278.

Yoshiara, H., "Mode II *R*-curve of wood measured by 4-ENF test", Eng Fract Mech, 71, 2004, pp. 2065-2077.